Présentation du cours de Topologie Algébrique

Vincent Borrelli

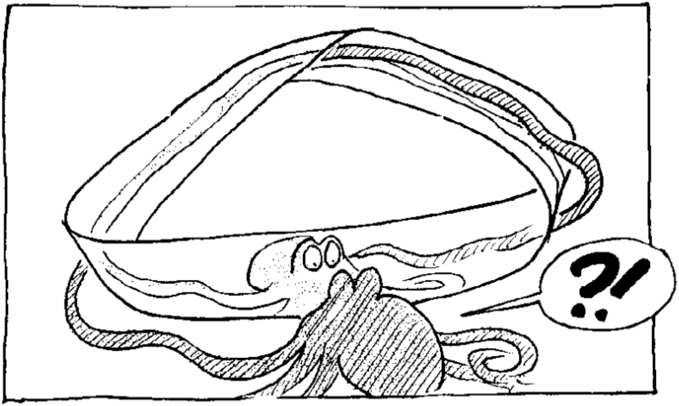


Image extraite de la bd *Topologicon* de Jean-Pierre Petit.

Une lettre de Gauss

Carl Gauss et Friedrich Bessel
18 décembre 1811

Une lettre de Gauss

• Dans cette lettre, Gauss s'intéresse à l'intégration de la fonction

$$\frac{1}{z} \quad \text{avec} \quad z \in \mathbb{C}^*$$

autrement dit à comprendre la "fonction"

$$z \longmapsto \int_1^z \frac{dw}{w}$$

Une lettre de Gauss

• Dans cette lettre, Gauss s'intéresse à l'intégration de la fonction

$$\frac{1}{z} \quad \text{avec} \quad z \in \mathbb{C}^*$$

autrement dit à comprendre la "fonction"

$$z \longmapsto \int_1^z \frac{dw}{w}$$

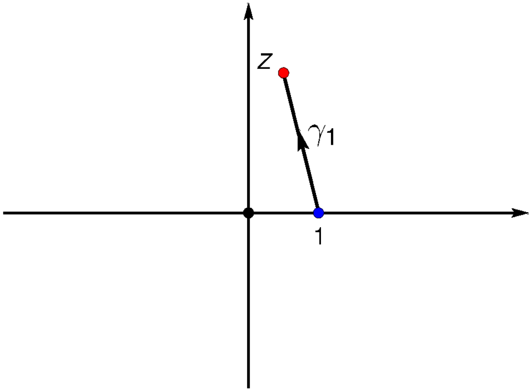
• Pour calculer cette intégrale, on choisit un chemin

$$\begin{array}{rccl} \gamma : & [0,1] & \longrightarrow & \mathbb{C}^* \\ & t & \longmapsto & w(t) = x(t) + iy(t) \end{array}$$

et on remplace

$$\int_1^z \frac{dw}{w} := \int_0^1 \frac{(xx' + yy') + i(xy' - y'x)}{x^2 + y^2} dt$$

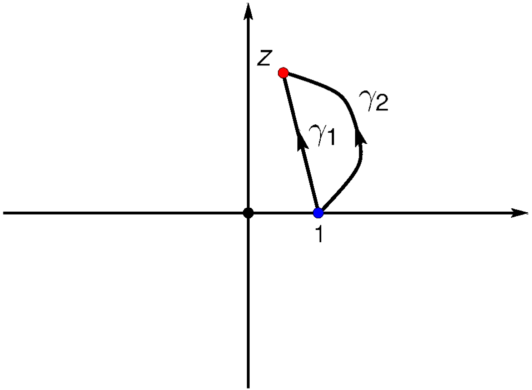
Une lettre de Gauss



- Avec le chemin γ_1, le calcul donne

$$\int_1^z \frac{dw}{w} = \ln |z| + i\, Arg\, z$$

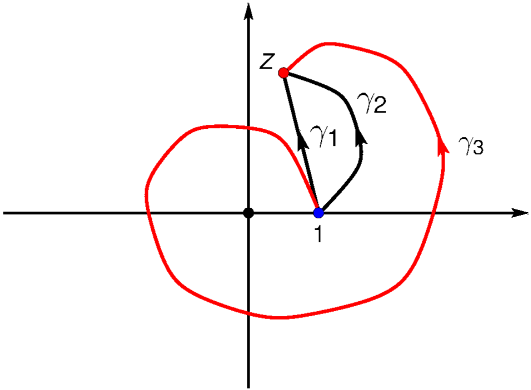
Une lettre de Gauss



- Avec le chemin γ_2, le calcul donne le même résultat

$$\int_1^z \frac{dw}{w} = \ln|z| + i\, Arg\, z$$

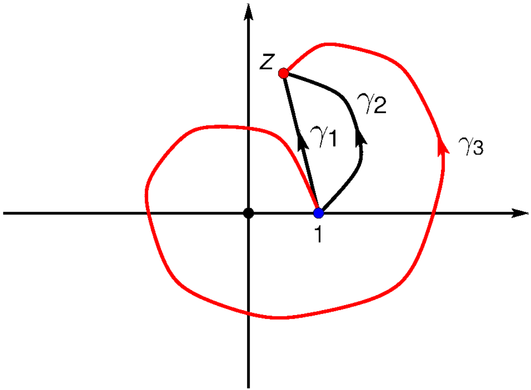
Une lettre de Gauss



- Avec le chemin γ_3, le calcul donne un résultat différent

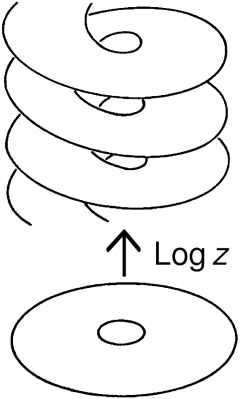
$$\int_1^z \frac{dw}{w} = \ln|z| + i\,Arg\, z + 2\pi$$

Une lettre de Gauss



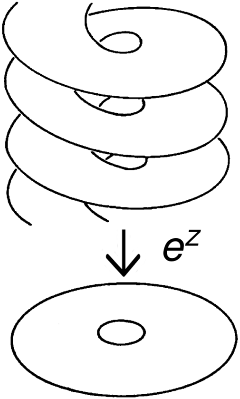
• Gauss comprend que l'intégrale est invariante si on peut passer continûment d'un chemin à l'autre sans passer par l'origine.

Une lettre de Gauss



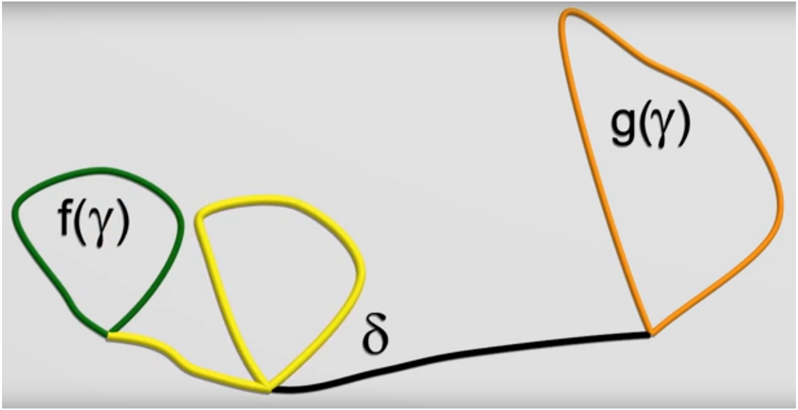
• Il comprend aussi que l'intégrale, autrement dit le logarithme complexe Log z, est multivaluée. Ceci contraste avec son inverse e^z qui est définie de façon univoque.

Revêtements



• Aujourd'hui, on bannit les fonctions multivaluées pour s'intéresser à leurs réciproques, que l'on appelle des *revêtements*.

Homotopies

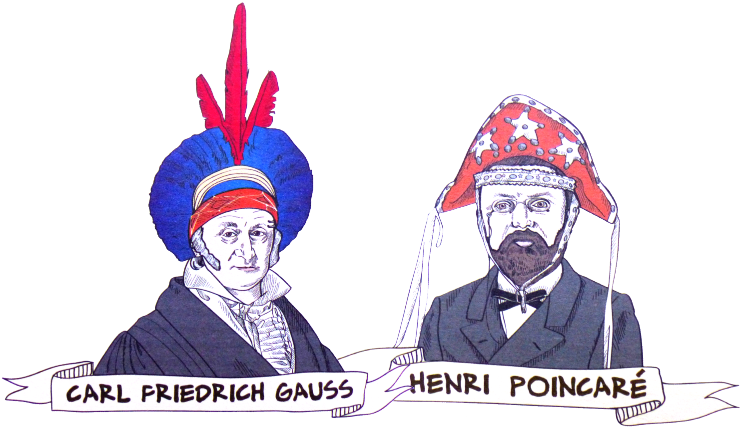


- Les déformations de chemins s'appellent des *homotopies*.

Groupe fondamental

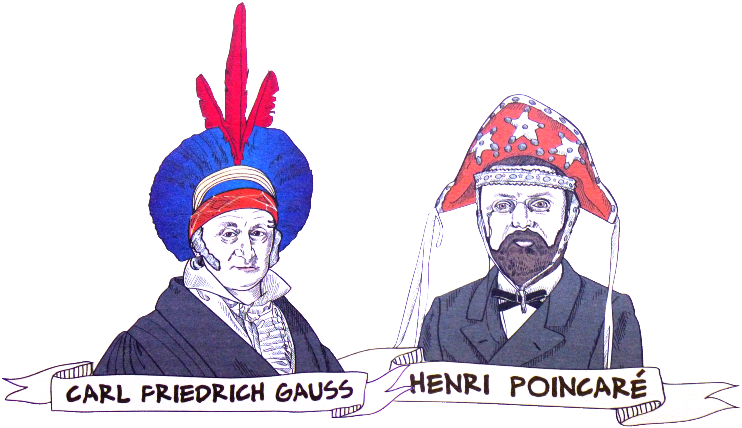
• À la fin du XIXème siècle, Henri Poincaré comprend que ces déformations de chemins permettent d'associer à chaque espace topologique un groupe que l'on appelle le *groupe fondamental*.

Welcome to the jungle!



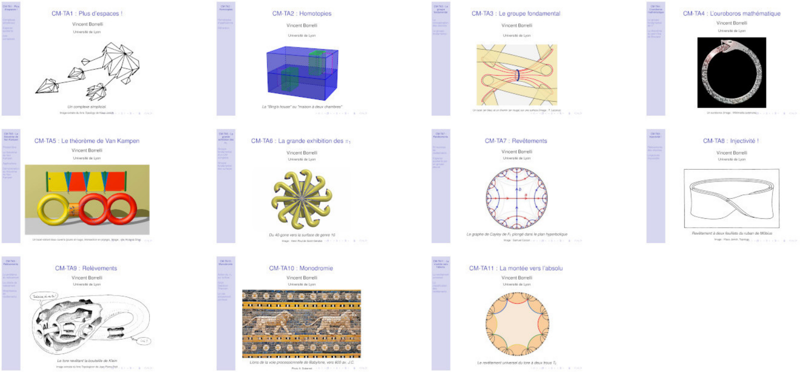
• Homotopie, groupe fondamental et revêtement seront les trois outils au cœur de ce cours...

Welcome to the jungle!



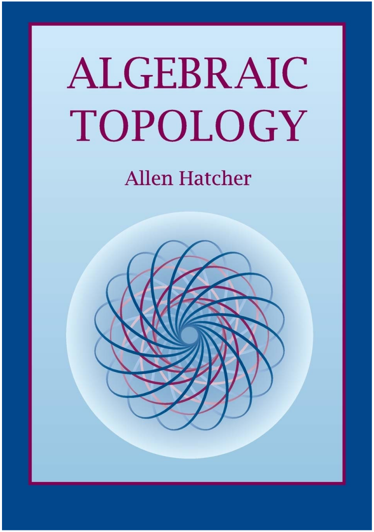
• Homotopie, groupe fondamental et revêtement seront les trois outils au cœur de ce cours... pour nous aider à progresser dans la jungle des espaces topologiques en compagnie de deux guides des plus prestigieux.

L'espace étudiant



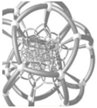
http://math.univ-lyon1.fr/homes-www/borrelli/Espace_etudiant/

Bibliographie



Pdf gratuit disponible sur le site de l'auteur ♡

Bibliographie



Henri Paul de Saint Gervais

Analysis Situs

Topologie algébrique des variétés

OPTIMISÉ PAR Goog

Merci ! - C'est quoi ce site ?

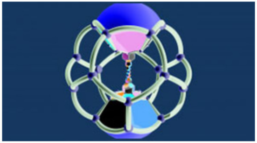
Entre 1895 et 1904, Henri Poincaré a fondé la topologie algébrique — alors appelée *Analysis Situs* — en publiant une série de six mémoires révolutionnaires. Ces textes fondateurs sont écrits dans le style inimitable de Poincaré : les idées abondent et... côtoient les erreurs. L'ensemble représente un peu plus de 300 pages de mathématiques exceptionnelles.

Plus d'un siècle plus tard, le contenu de ces mémoires reste non seulement d'actualité mais constitue un passage obligatoire pour tout apprenti topologue. Ce site propose au lecteur d'acquérir une vision contemporaine du sujet à travers une approche historique.

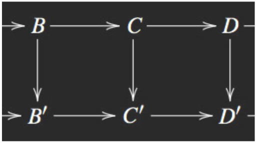
Pour démarrer, il suffit de choisir l'une des trois « portes d'entrée » :

PAR LES ŒUVRES

PAR LES EXEMPLES

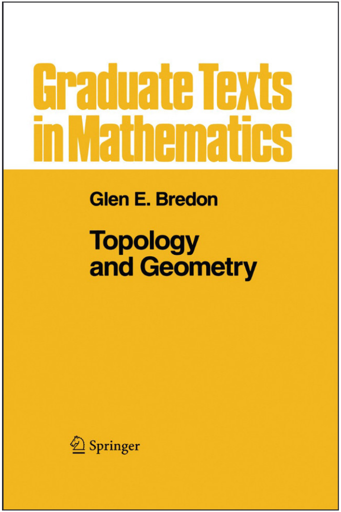


COURS MODERNE



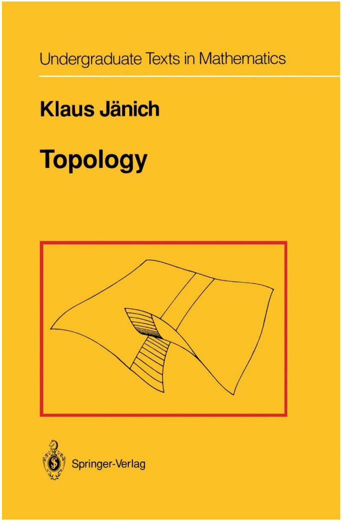
Henri Paul de Saint-Gervais est le nom de plume d'un collectif de mathématiciens ♡ (cf. page wiki)

Bibliographie



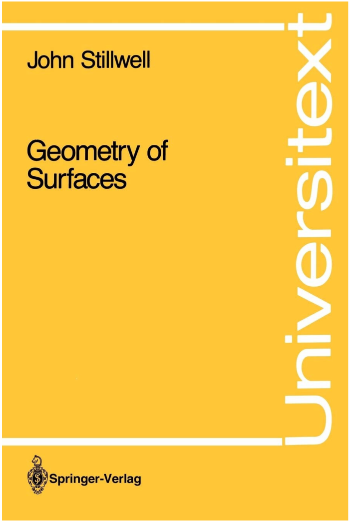
Glen Bredon nous a quitté en 2000 mais il a permis que le pdf de son livre soit en accès libre ♡

Bibliographie



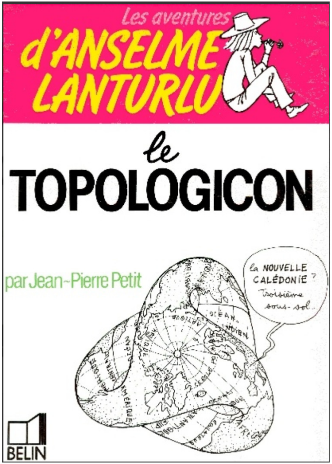
Le livre couvre la partie "homotopie" et la partie "revêtement" du programme.

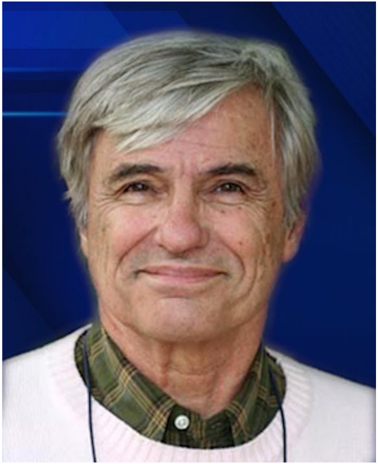
Bibliographie



La seconde moitié du livre parle du groupe fondamental des surfaces et de leurs revêtements.

Bibliographie





La bd montre le revêtement double d'une bouteille de Klein par le tore (et bien d'autres choses) ! ♡ Pdf en accès libre sur le site de l'auteur.