

Bulletin de bibliographie, d'histoire et de biographie mathématiques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 1-100 (supplément)

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__S1_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

BULLETIN
DE
BIBLIOGRAPHIE, D'HISTOIRE
ET DE
BIOGRAPHIE MATHÉMATIQUES.

SUR L'EXISTENCE PRÉTENDUE,

dans la Massorah, d'un nombre exprimé selon un système de position.
Époque présumée d'admission chez les Arabes. Origine du signe ∞ .

On sait que les Israélites attachent une importance extrême à la conservation du texte de l'Ancien Testament et ont pris des précautions minutieuses pour qu'on n'y puisse faire aucune addition, aucune soustraction, fût-ce même d'une lettre, d'un point-voyelle; qu'on ne puisse changer une lettre majuscule en minuscule et *vice versa*, etc. A cet effet et à diverses époques, des scribes se sont occupés de compter dans chaque livre de la collection biblique le nombre des mots, le nombre des versets, le nombre de fois qu'un même mot se rencontre, etc. Le recueil de toutes ces données numériques forme un ouvrage appelé la Massorah, ce qui signifie la *tradition*. L'époque de la formation et les auteurs de ce recueil sont également inconnus. Une opinion l'attribue à Esdras; mais la critique historique assigne l'intervalle du 11^{e} au 16^{e} siècle de l'ère vulgaire. S'il existait donc dans cet ou-

vrage un nombre écrit suivant notre système de numération, ce serait la plus ancienne apparition de ce système. Voici ce qui a fait croire à l'existence d'un tel fait. Les nombres sont représentés chez les Hébreux, ainsi que chez les Arabes et les Grecs, par des lettres de l'alphabet : de sorte que chaque mot de la langue a une valeur numérique. D'après cela, les Massorètes, pour fixer un nombre donné dans la mémoire, indiquent un verset de la Bible où se trouve un mot qui a cette valeur numérique. C'est ce qu'on nomme le *simn*, le signe du nombre (*). Or le nombre des versets du Pentateuque est 5845; les Massorètes donnent pour *simn* le verset 26 du chap. 30 d'Isaïe : *veor hachamah jeheje scivazaïme*, la lumière du soleil sera septuplée; *chamah* (*ch* guttural) est un des noms du soleil (**); le *ha* remplace le génitif *du*. Ce mot renferme quatre lettres écrites de droite à gauche : *he* valant 5, *chet* valant 8, *mem* valant 40, *he* final valant 5. Mais ce mot doit rappeler le nombre 5845; d'où l'on infère qu'en partant de la droite 5 vaut 5000, 8 vaut 800. Il y a donc ici une valeur de position. Mais c'est là une rencontre fortuite. Les Massorètes ne pensaient pas à une telle numération : s'ils avaient eu cette intention, ils auraient remplacé le *mem*, dont la valeur effective est 40, par le *daleth* qui, comme le *delta* grec, vaut 4; on aurait eu *hachadah*. D'ailleurs il n'y avait aucune erreur à craindre; en prenant la valeur absolue des lettres, le *hachamah* vaudrait 58, et personne ne s'avisera de croire qu'il n'y a que 58 versets dans le Pentateuque.

La valeur numérique des lettres chez les Grecs et les Arabes a beaucoup nui aux progrès de la science. Ces

(*) *Simn* en grec Σημανω. Cette prononciation est favorable au système des *itistes*.

(**) *Chamah*, littéralement la chaleur; en grec Καυμα, brûlure.

peuples connaissaient et cultivaient comme nous une analyse algébrique, mais ils n'ont jamais pu parvenir à une écriture algébrique, par la raison toute simple que les lettres ayant une valeur numérique déterminée ne pouvaient servir à représenter des nombres quelconques. Il est à remarquer que les Grecs possèdent une double lettre, le *sti*, qui n'a pas de valeur numérique (*); aussi Diophante a pris le *sti* pour représenter l'inconnue du problème, le *x* des modernes. Dans les questions à plusieurs inconnues, il a soin de chercher d'abord les relations entre les inconnues et celle qu'il désigne par le *sti*. C'est dans ces occasions qu'il déploie les ressources variées de son génie si éminemment analytique. Quelquefois pourtant il désigne dans la même question des inconnues différentes par la même figure *sti*, et cela rend souvent la lecture pénible et le raisonnement difficile à suivre. Il fait déjà usage d'abréviations qui portent chez les rabbins le nom de *rasch hatebath*, têtes de mots. Ainsi il écrit $\delta\tilde{\nu}$, $\kappa\tilde{\nu}$, au lieu de $\delta\nu\alpha\mu\iota\varsigma$, carré, $\kappa\nu\beta\omicron\varsigma$, cube. Pour désigner le *manque* (notre moins), il prend la lettre ψ renversée (ϕ) tirée du mot $\lambda\epsilon\iota\psi\iota\varsigma$; mais il n'a pas de signes pour les autres opérations.

L'alphabet latin n'est pas généralement numéral: sept lettres seulement sont devenues constamment numériques, savoir C, D, I, L, M, V, X. Ce sont d'anciens signes numériques transformés peu à peu en lettres (**); mais les Romains n'avaient pas de dispositions pour les mathématiques: toutefois Cicéron nous parle d'un patricien ami du premier Scipion, et qui était plongé nuit et jour dans les méditations géométriques et astronomiques.

(*) Il ne faut pas confondre cette double lettre avec le signe *épisème* qui représente le nombre 6, auquel elle ressemble.

(**) Voir Probus, page 5.

Mori pene videbamus in studio dimetiendi cœli atque terræ C. Gallum, familiarem patris tui, Scipio. Quoties illum lux noctu aliquid describere ingressum, quoties nox oppressit quum mane cœpisset ! Quam delectabat eum, defectiones solis et lunæ multo nobis ante prædicere (De Senect, § 49).

Ainsi ce Gallus savait calculer et prédire les éclipses. Souvent il fut surpris par la nuit dans une opération de géométrie commencée au matin ; surpris par le jour dans une opération commencée la veille au soir. On raconte la même chose de Viète, véritable inventeur de l'algèbre symbolique, trois siècles après que Fibonacci eut importé l'algèbre discursive des Arabes.

D'après un manuscrit de la Bibilothèque impériale de Paris (952^e supplément arabe), M. Woepcke est d'opinion qu'au commencement de la seconde moitié du x^e siècle de notre ère, des géomètres de l'Orient (principalement de Chirâz) se servaient déjà de chiffres indiens avec valeur de position et emploi d'un signe pour zéro (*), et ce signe est un petit cercle. On peut facilement faire dériver les figures de nos chiffres de celles-ci, excepté le 8, qui ressemble à notre 7, tandis que le 7 est représenté par notre 7 renversé (\angle) ; l'origine de notre 8 présente des difficultés.

M. Prouhet, remarquant que le ∞ couché désignait mille chez les Romains et que ce mot *mille* se dit quelquefois par emphase pour un nombre très-considérable, émet l'ingénieuse conjecture que c'est l'origine du signe employé pour l'infini.

(*) *Annali di Scienze matematiche et fisiche* di Tortolini, t. VII, pages 321-188, en français.

BIBLIOGRAPHIE.

M. VALERIUS PROBUS, de Notis antiquis; herausgegeben von *Theodore Mommsen*. Besonders abgedruckt aus den berichten der K. S. Ges. der Wissenschaften, phil.-hist. Classe 1853. Leipzig bei S. Hirzel, t. V, de 91 à 134 (43 pages). — V. Probus, Sur les anciens signes, édité par T. Mommsen.

Valerius Probus a composé un opuscule sur la signification des abréviations usitées dans les actes publics et judiciaires. On possède plusieurs manuscrits de cet opuscule que M. Mommsen décrit et discute. Voici ces manuscrits :

1°. Cyriaque d'Ancône ; il est le premier chez lequel on rencontre le nom de Probus attaché aux *Notæ*. Cyriaque paraît avoir copié en 1442 à 1443 un manuscrit de Probus.

2°. Giovanni Marcanova, médecin mort à Pavie en 1467. Il a fait copier calligraphiquement les manuscrits de plusieurs épigraphistes, entre autres Feliciano et Cyrianus. Un de ces manuscrits existe à Berne ; ce manuscrit contient 201 pages. Aux pages 160-162, on trouve le Probus légitime (*aecht*) distribué selon l'ordre méthodique ; aux pages 164-165, une explication des signes des nombres depuis 1 jusqu'à 1 000 000, explication qui commence ainsi : *Quoniam mentio cœpit de numeris breviter ostendamus qua figura quis numerus representetur. Omnis numerus, ut ait Boetius, per Figuram unitatis representari debet.* Ceci est imprimé dans l'édition de Probus par Ernst comme formant le chapitre XXV, et aussi dans l'édition de 1499, mais sans citer Boece. Mommsen n'a

pu découvrir ce passage dans Boëce. De 170 à 190, de *Notis antiquis*, de Pierre Diaconus; page 191, *Sequitur de numero litterarum*: c'est l'alphabet numérique de E jusqu'à Z, mais non en vers; aux pages 194 à 201, les Notes de Probus arrangées selon l'ordre alphabétique. Ce manuscrit a été écrit par Mercanova ou sous sa direction, de 1457 à 1460.

3°. *Manuscrit de Vienne*. Il est du x^e siècle, contient des gloses sur Priscien et Venantius Fortunatus; mais les quatre premières pages sont de la main du bibliothécaire Conrad Celtes (1459-1508). Elles contiennent M. Valerii Probi *de Notis antiquis opusculum*, et, après la phrase finale, *τελος θεω χαρις*, on lit les vers mnémoniques suivants sur l'alphabet numérique; ces vers sont reproduits dans deux autres manuscrits plus récents. Mommsen dit qu'il les imprime parce qu'il ne sait pas qu'on les ait déjà publiés; on les trouve pourtant dans la *prima parte del general Trattato* de Tartaglia (1556), page 4.

| | |
|---|-------|
| A. Possidet A numerum quingentes ordine recto | V |
| B. Et B ter centum pro se retinere probatum | CCC |
| C. Et sibi C centum jam constat habere connexum Non plus quam centum C numero constat habere | |
| D. Alpha D et compar duo et tria nomina portat | CCCCC |
| E. E quo ducenti cum quinquaginta tenetur | CCL |
| F. Sexta quater decem gerit F que distat ab alpha | XXXXX |
| G. Ergo quater centum C nunc caudula reservat | CCCC |
| H. Litera H quondam, ducentum notaque quondam | CC |
| I. I retinet unum vocalibus unque tenetur | I |
| K. centenarium medium servat et unum | CL |
| L. Quiquies E decem monstrat numerantibus ecce | XXXXX |
| M. M caput est numeri quem scimus mille teneri | Mille |
| O. O numerum gestat qui nunc undecimus extat | XI |
| Θ. Nonaginta canat quæ sic Θ caput esse videtur | XC |
| P. P similem qui g numerum monstratur habere | CCCC |
| Q. Q sicut D sequetur numerum similemque tenendo | CCCCC |
| R. Octaginta facit numerum qui dicitur R | LXXX |
| S. Hebdomade speciem S suscipit hec quoque septem | LXX |
| T. Centum tollit de sexaginta bicornis | CLX |

| | |
|---|------|
| V. V vero pessundans numero plus quam <i>quinque</i> redundas | V |
| X. Duplex X solito <i>decem</i> jam morem putato | VV |
| Y. Argolicum callem graditur facitque caracter | XCLL |
| Z. Ultima Z canit fidem <i>bis mille</i> tenere. | |

Tartaglia présente dans l'ouvrage cité ci-dessus des variantes importantes aux lettres suivantes :

B. Au lieu de *probatun*, il a *conetur*.

C. Il n'a que le second vers : Non plus quam centum
C constat habere connexum.

D. *Alphæ*.

I. Retinens centum vocalibus una tenetur cento.

N. Nonaginta capit quæ si caput esse videtur.

P. Similis quoque.

T. ... Tollit cum sexaginta.

V. ... Non plusquam.

X. More putatur.

Y. Argolicum callem graditur K; Y que caracter.
Cent cinquante.

Z. ... Tenetur.

Le texte de Tartaglia est plus conforme aux règles de la prosodie.

Probus, cité par Tartaglia, donne les raisons suivantes pour les valeurs numériques des six lettres V, X, L, C, D, M.

V est la cinquième voyelle;

X la dixième consonne;

L se change souvent en N, ainsi *Lympha*, *Nympha*, et N signifie cinquante chez les Grecs;

C initiale de *centum*;

D pour plusieurs raisons : il y a cinq consonnes entre D et M; autre raison : D lettre initiale de *dimidium*. moitié de mille.

M initiale de mille.

Tartaglia réfute ces raisons et en donne d'autres qui ne valent guère mieux.

M. Soleirol, chef de bataillon du Génie, en retraite, déduit ces six signes des instruments qui ont pu servir à les trouver, surtout de la *taille*, instrument encore en usage chez les boulangers (*Mémoires de l'Académie de Metz*, 1854-1855) (*).

C'est à la page 119 du Mémoire de M. Mommsen qu'on trouve l'opuscule de V. Probus. Les mots sont rangés systématiquement sous quatre rubriques.

1. *In monumentis publicis et historiarum libris sacrisque publicis reperiuntur.*

Contient vingt-quatre notes. *Exemples* :

- P Publicies.
L Lucius.
P.C. . . Patres conscripti.
S.N.L. Socii nominis latini.

2. *Litteras singulares in Jure civile de Legibus et Plebiscitis nunc ponimus.*

Contient aussi vingt-quatre notes. *Exemples* :

- P.I.R. . . . Populum jure rogavit.
L.P.C.R. Latini prisce cives Romani.
S.F.S. . . . Sine fraude sua.
V.F. Usus fructus.

3. *In legis actionibus hæc.*

Contient onze notes. *Exemples* :

- A.T.M.D.O. Aio te mihi dare oportere.
Q.N.T.S.Q.P. Quando negas te sacramento quingenario provoco.
T.PR.I.A.V.P.V D. Te prætor indicem arbitramve postulo uti des.

(*) On lit une explication plausible de ces signes dans *the Philosophy of arithmetic* de Leslie, introduction.

4. *De edictis perpetuis hæc.*

Contient vingt-trois notes. *Exemples :*

V. B. A . . . Viri boni arbitrato .

Q. S. S. S . . . Quæ supra scripta sunt.

Probus a été édité par Ernst, Lindembrog, Gøthefred, Putsch.

Suétone, dans sa Biographie (*De illust. gramm.*, c. 24), parle de Probus de Beryte, grammairien, et il dit : *Multa exemplaria contracta emendare ac distinguere ac adnotare curavit, soli huic nec ulli præterea grammatices parti deditus*, et qu'il a aussi publié : *Pauca et exigua de quibusdam minutis quæstionibus*. Mommsen croit que ces *minutis quæstionibus* sont les *Notæ* et qu'ainsi l'auteur des Notes a vécu sous Néron et sous Domitien. Il a publié aussi *Commentarius satis curiose factus de occulta litterarum significatione epistolarum C. Cæsaris scriptarum* (Gell., 17, 9; Suet. Cæs., 56). Existe-t-il des monuments où l'on rencontre des valeurs numériques exprimées par les lettres indiquées par Probus? Il est possible que ces signes numériques aient été purement usités dans les opérations financières ou dans les actes commerciaux privés et non dans les actes publics.

**DÉNOMINATIONS ET REPRÉSENTATIONS DES FRACTIONS
CHEZ LES ROMAINS.**

PREMIER SYSTÈME. — *L'as est l'unité.*

| | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| $\frac{12}{12}$ | $\frac{11}{12}$ | $\frac{10}{12}$ | $\frac{9}{12}$ | $\frac{8}{12}$ | $\frac{7}{12}$ |
| FF | S = — = | S = == | S3 | — S — | V |
| <i>As</i> | <i>Deunx</i> | <i>Dextans</i> | <i>Dodrans</i> | <i>Bes</i> | <i>Septunx</i> |
| | | | | | |
| $\frac{6}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{3}{12}$ | $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ |
| S | = — = | = == | = — | = | — |
| <i>Semissis</i> | <i>Quincunx</i> | <i>Triens</i> | <i>Quadrans</i> | <i>Sertans</i> | <i>Uncia</i> |

SECOND SYSTÈME. — *L'once est l'unité.*

| | | | | | | |
|--------------------|------------------|------------------|-------------------|----------------|-------------------|-----------------|
| $\frac{1}{2}$ once | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{12}$ | |
| E | VV | G | V | ┘ | CIC | |
| <i>Semuncia</i> | <i>Duella</i> | <i>Sicilicus</i> | <i>Scxcula</i> | <i>Drachma</i> | <i>Semissecta</i> | |
| | | | | | | |
| $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{24}$ | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{72}$ | $\frac{1}{96}$ | $\frac{1}{144}$ | $\frac{1}{192}$ |
| H | ZZ | S | M | Z | CIII | Q |
| <i>Tremissis</i> | <i>Scrupulus</i> | <i>Obolus</i> | <i>Bissiliqua</i> | <i>Ceraces</i> | <i>Siliqua</i> | <i>Chalcus</i> |

As, terme tarentin, d'où εις, un, divisé en douze parties ou *onces*.

Deunx, un douzième ôté, reste $\frac{11}{12}$.

Dextans, un as moins un sixième, *sextans*, reste $\frac{10}{12}$.

Dodra, δοδρα, breuvage de neuf ingrédients.

Be-as, *binæ partes assis* = deux tiers de l'as = *bitertius*.

Semi, de ημι.

Sicilicus, mesure de longueur, $\frac{1}{4}$ du pouce de superficie, $\frac{1}{48}$ du *jugerum* (journal de terre), $\frac{1}{48}$ de l'heure; monnaie de deux drachmes.

Drachme, petite monnaie grecque équivalente à peu près au denier romain.

Scrupus, petite pointe de rocher.

Tremissis, trois vingt-quatrièmes d'once.

TABLES DE BARKER.

Ces Tables citées par Gauss (voir *Bulletin*, tome II, page 16), quoique datant de 1757 et d'une grande utilité pour le calcul des orbites paraboliques, sont presque inconnues en France. Elles ont été données pour la première fois dans l'ouvrage suivant :

An account of the discoveries concerning comets, with the way to find their orbits, and some improvements in constructing and calculating their places, for which reason are here added new Tables, fitted to those purposes; particular with regard to that comet, which is soon expected to return; by Thomas Barker. Gent. London.

J. Whiston and B. White, 1757, grand in-4 de 54 pages et une planche.

Il s'agit du retour de la comète de 1682, d'après la méthode de Newton. C'est la célèbre comète périodique de Halley. Les nombres de Barker sont avec 5 décimales et les logarithmes avec 6 décimales.

La seconde de ces Tables donne l'aire parabolique correspondante à l'anomalie vraie, croissant par 5 minutes, ainsi que les logarithmes des distances de la comète, avec les différences premières, la distance périhélie étant prise pour unité. Lalande, dans sa *Bibliographie astronomique* (page 469), cite une édition format in-8 de 1759.

Ces mêmes Tables ont été reproduites textuellement et sans révision dans cet ouvrage :

On the determination of the orbits of comets, according to the methods of father Boscovich and M. de Laplace with new and complete Tables and examples of the calculation by both methods; by sir Henri Englefield, bar. t. F. R. S. et F. A. S. London. Printed by Richie and Sammels for Peter Elmsly in the Strand 1379, 1779, 204 pages sans les Tables, 4 planches.

Dans la préface, l'auteur dit avoir donné connaissance de l'écrit de Barker à Pingré et à Méchain et que ce dernier avait fait un grand éloge des Tables cométaires paraboliques.

En 1797, de Zach ayant publié le célèbre Mémoire d'Olbers sur le calcul parabolique, et cela à l'insu de l'auteur, mais avec son consentement tacite, il y joignit les Tables de Barker, revues par une personne qui a voulu garder l'anonyme. Enfin, en 1847, le célèbre directeur de l'observatoire de Berlin donna une nouvelle édition du Mémoire d'Olbers sous ce titre :

Abhandlung über die Leichteste und bequemste methode die bahn eines Cometen zu berechnen, von D^r

Wilhem Olbers. Mit berichtigung and erweiterung des Tafeln and Fortsetzung des Cometen-Verzeichnisses bis zum Jahre 1847, von neuen herausgegeben von J.-F. Encke, director der Berliner Sternwarte, mit dem Bildniss von Olbers und einer Figuren-Tafel. Weimar. Druckund Verlag des Landes-Industrie-comptoirs, 1847.

Mémoire sur la méthode la plus facile, la plus comode pour calculer l'orbite d'une comète, par le Dr Guillaume Olbers, avec rectification et augmentation de Tables et continuation du catalogue des comètes jusqu'à l'année 1847, éditées de nouveau par J.-F. Encke, directeur de l'observatoire de Berlin, avec le portrait d'Olbers et une planche. Weimar; in-8 de xxiv-250 pages.

Les Tables de Barker ont été calculées de nouveau par M. Luther, l'astronome qui a reçu l'année dernière le prix Lalande pour la découverte de l'astéroïde *Bellone*.

La Table de Barker, troisième du Mémoire, remplit les pages de 87 à 147.

Voici la disposition (voir *Bulletin*, t. II) :

$$C = \frac{75 K}{\sqrt{2}} = 0,9122791 = \text{constante};$$

$$\log C = 9,9601277;$$

q = la plus petite distance;

$$m = \frac{C}{q^{\frac{3}{2}}} = \text{mouvement moyen diurne};$$

$t - T$ = nombre de jours moyens comptés à partir du périhélie;

v = anomalie vraie;

$$M = m (t - T).$$

Chaque page contient sept colonnes. Ces colonnes sont divisées par des lignes horizontales formant des rectangles; chaque rectangle contient six indications, et chaque page six rectangles.

La première colonne contient les valeurs de ν depuis 0 jusqu'à $179^{\circ} 60'$, croissant par $1'40''$. Les six autres colonnes contiennent les valeurs de M correspondant aux ν et à côté les différences premières : de sorte que chaque page contient trois colonnes M ; les degrés se lisent au haut de la page. A partir de 30 à 180 degrés, on trouve non les valeurs de M , mais celles de $\log M$. Connaissant ν , on trouve donc M , et *vice versâ* ; connaissant q et $t - T$, on calcule M , et la Table donne ensuite la valeur de ν correspondant à M .

Delambre reproche aux Tables de Barker de ne pas donner assez de précision ; mais ces Tables procèdent par 300 secondes, tandis que celles de Luther procèdent par 100 secondes, et les logarithmes ont 8 décimales (Delambre, *Astronomie théorique et pratique*, tome III, pages 213-455).

Parlant de la méthode d'Olbers, il dit que c'est une des plus simples et des plus ingénieuses qu'on ait imaginées (*ibid*, p. 348). Ce Mémoire n'est pas encore traduit. La Commission supérieure d'Instruction publique devrait faire dresser une liste des Mémoires importants à traduire et qu'on pourrait présenter comme thèses dans les examens. On n'a pas besoin d'insister sur l'utilité d'une telle mesure.

Les Tables contenues dans le Mémoire d'Encke sont :

Tables I et II. Conversion des parties décimales du jour en parties sexagésimales.

Table III. Celle de M. Luther.

Table IV. Table auxiliaire pour le calcul de l'anomalie vraie lorsqu'elle approche de 180 degrés.

Table V. Pour passer de la parabole à l'ellipse ou à l'hyperbole, d'après le *Theoria motus corporum cœlestium*.

Table IV. Eléments de toutes les comètes calculées jusqu'ici (1847), réunis par le D^r Galle.

Ces comètes sont au nombre de cent soixante-dix-huit. Les éléments sont :

1° Temps de passage au périhélie, temps moyen de Paris; 2° longitude du périhélie; 3° longitude du nœud ascendant; 4° inclinaison; 5° logarithme de la distance périhélie; 6° logarithme du mouvement moyen; 7° excentricité; 8° direction. On donne les noms des divers calculateurs. Les comètes sont disposées par ordre chronologique. Chaque comète périodique conserve le même numéro. La plus ancienne comète, portant le n° 1, est de — 371; calculée par Pingré (*Cometægr.* I, p. 259); d'après les données d'Aristote.

La comète de Halley, faisant sa révolution dans environ soixante-seize ans, porte le n° 19. On la trouve pour la première fois en 1375, ensuite en 1456, 1531, 1607, 1682, 1759, 1835 (voir Laugier, *Connaissance des Temps*, 1846, p. 99; *Comptes rendus*, t. XVI, p. 1003).

Comète d'Encke (n° 96). 1786, 1795, 1805, 1819, 1822, 1825, 1829, 1832, 1835, 1838, 1842, 1845 (révolution en 1207 jours).

Comète de Biela (n° 84). 1772, 1806, 1826 (révolution en $6\frac{3}{4}$ années).

Table VII. Plus petites distances des orbites cométaires à l'orbite de la Terre pour les comètes calculées jusqu'en 1795, par M. le professeur Prosperin, d'Upsal. L'unité est la distance de la Terre au Soleil. La comète qui s'est le plus rapprochée de la Terre est celle de 1680 (n° 46); sa distance est 0,0048. Elle a été découverte par Halley, en France, à moitié chemin de Calais à Paris (*Éloge de Halley*, par Mairan, dans les *Éloges* des académiciens de l'Académie royale des Sciences morts dans les années 1741, 1742, 1743, page 124 (révolution en 575 années).

SUR L'ORIGINE DU MOT MOMENT.

Les mots primitifs sont généralement monosyllabiques ou dissyllabiques : aussi en latin la forme primitive de *movimentum*, mouvement, est *momen*. On rencontre cette forme chez Lucrèce. Ainsi, lorsque l'illustre poète du système atomistique fait cette distinction capitale entre l'agent intellectuel (*animus*) et la force vitale (*anima*) (*), il dépeint la subordination de la matière à cet agent suprême en ces beaux vers :

*Cætera pars animæ, per totum dissita corpus,
Paret, et ad numen mentis momenque movetur.*

(Lib. III, v. 144.)

« L'autre partie de l'âme, *animæ*, répandue dans tout le corps, obéit aux ordres et se dirige d'après l'impulsion de l'esprit. » Plus loin, parlant de l'extrême facilité des particules à se prêter au mouvement, il dit :

*Momine uti parvo possent impulsa moveri
Numque movetur aqua et tantilluo momine flutat.*

(Lib. III, v. 191.)

De *momen* on a fait *momentum* pour exprimer le mouvement que prend une balance quand on met un excès de poids dans un des bassins. On connaît ce passage de *la Sapience* si souvent cité :

*Quoniam tanquam momentum stateræ, sic est ante te
orbis terrarum* (Sap. XI, 23).

(*) On rencontre une distinction analogue dans le Pentateuque : *nefesch*, *anima*, *neschamah*, *animus*. On sait que *anima* et *animus* viennent de *ανεμος*, souffle et vent, et en hébreu aussi *rouach* (guttural) signifie vent et esprit.

La grandeur de ce mouvement de balance dépend du poids excédant et du bras de levier, de sorte que ce mouvement a pour mesure le produit du poids excédant et du bras de levier; on a donné ensuite à cette mesure le nom de l'objet (*momentum*) qu'il mesure. C'est ainsi qu'en géométrie *carré* désigne à la fois l'objet et sa mesure, de même pour le cube; mais en mécanique le mot *moment* a cessé de désigner l'objet, et l'expression *mouvement* dérive de *movimentum*, mot de la basse latinité.

Comme la rupture d'équilibre dans la balance produit aussitôt le *momentum*, on a donné ce nom à un intervalle de temps très-court, *temporis momentum*: c'est le *dt* de la dynamique, qui désigne un temps infiniment petit, *tempusculum*; mais il ne faut pas le confondre avec le mot *instant*, pure conception mentale, un point d'arrêt du temps: l'instant correspond au point de l'espace et le *dt* correspond au *dx* qui désigne une longueur infiniment petite et non pas un point. Il y a un nom spécial pour le *dt*, c'est *moment*; il n'y en a pas pour le *dx*: cela provient peut-être de ce que le temps n'a qu'une dimension.

Le *dt* est compris une infinité de fois dans l'unité de temps; le *dx* une infinité de fois dans l'unité de longueur. Le rapport de ces deux infinis considérés simultanément

est fini, se désigne par $\frac{1}{\frac{dt}{dx}} = \frac{dx}{dt}$ et se nomme *vitesse*;

l'accroissement *dv* de cette vitesse est contenu une infinité de fois dans l'unité de vitesse: on a encore le rapport

entre deux infinis $\frac{1}{\frac{dv}{dt}} = \frac{dt}{dv}$ qu'on nomme force *accéléra-*

trice.

LIVRES D'ARITHMÉTIQUE D'EUCLIDE.

Les II^e, VII^e, VIII^e et IX^e livres d'Euclide ne traitant que des nombres appartiennent à l'arithmétique; le X^e livre, relatif aux lignes irrationnelles, quoique de nature géométrique, peut encore être classé parmi les travaux numériques. Même quand il s'agit de nombres, Euclide les représente toujours par des lignes et raisonne sur des lignes. Nous qui possédons dans la méthode arabe une excellente notation pour les nombres, nous trouvons un grand avantage à représenter les lignes par des nombres; privés de cette notation, les Anciens ramenaient au contraire les nombres aux lignes. Nous faisons de même aujourd'hui, lorsque dans les sciences expérimentales on figure les résultats numériques par les coordonnées d'une ligne. Euclide étant un auteur presque inconnu en France, le résumé suivant peut avoir quelque intérêt.

Livre II.

Ce livre a quatorze propositions; les dix premières sont arithmétiques et reviennent à ces formules modernes.

$$1. \quad ab + ac + ad + \dots = a(b + c + d + \dots).$$

$$2. \quad (a + b)^2 = (a + b)a + (a + b)b.$$

$$3. \quad (a + b)a = ab + a^2.$$

$$4. \quad (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

$$5. \quad ab + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2.$$

$$6. \quad (a + b)b + \frac{1}{4}a^2 = \left(\frac{1}{2}a + b\right)^2.$$

7. $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2.$

8. $4(a + b)a + b^2 = (2a + b)^2.$

9. $a^2 + b^2 = 2\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{a - b}{2}\right)^2.$

10. $b^2 + (a + b)^2 = 2\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}a + b\right)^2.$

Livre VII.

Ce livre débute par ces vingt-deux définitions.

1. *Unité.* Chaque objet est *un*.
2. *Nombre.* Pluralité formée d'unités.
3. De deux nombres, le moindre est une *partie unique* du plus grand, lorsqu'il mesure exactement le plus grand.
4. De deux nombres, le moindre est une *partie multiple* du plus grand lorsqu'il ne le mesure pas exactement.
5. De deux nombres, le plus grand est un *multiple* du plus petit lorsqu'il en est exactement mesuré.
6. Nombre pair ($2a$).
7. Nombre impair ($2a + 1$).
8. Nombre parement pair ($4a$).
9. Nombre parement impair ($4a + 2$).
10. Nombre impairement impair ($2a + 1$) ($2b + 1$).
11. Nombre premier qui n'est mesuré que par l'unité.
12. Nombres premiers entre eux qui n'ont que l'unité pour mesure commune.
13. Nombres composés ($abcd\dots$).
14. Nombres composés entre eux sont ceux qui ont un nombre pour mesure commune.
15. Un nombre multiplie un autre nombre quand ce-

lui-ci est ajouté autant de fois à lui-même que le premier contient d'unités.

16. Lorsque deux nombres se multiplient, le résultat se nomme *produit* ou *nombre-surface*; les nombres qui se multiplient se nomment *côtés* du produit.

17. Lorsque trois nombres se multiplient, le résultat ou le produit est *nombre-solide*; les nombres qui se multiplient en sont les *côtés*.

18. Nombres carrés.

19. Nombres cubes.

20. Des nombres sont *proportionnés* lorsque le premier est la même partie unique ou la même partie multiple du second que le troisième du quatrième.

21. Des nombres-surfaces aussi bien que des nombres-solides qui ont les côtés proportionnés sont semblables.

22. Un nombre *parfait* est celui qui est égal à toutes ses parties.

Viennent ensuite quarantę et une propositions.

1. Etant donnés deux nombres inégaux et si l'on retranche toujours le plus petit du plus grand, sans que le reste mesure exactement le nombre précédent et jusqu'à ce que ce reste soit égal à l'unité, ces deux nombres sont premiers entre eux.

2. Trouver la plus grande commune mesure de deux nombres.

3. Trouver la plus grande commune mesure de trois nombres.

4. De deux nombres, le moindre est toujours une partie unique ou multiple du plus grand.

5 et 6. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on a $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$.

7 et 8. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on a $\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$.

9 et 10. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on a $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

11. Si $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c}$, on a $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

12. Si $a : b :: c : d$, on a $a : b :: a + c : b + d$.

13. Si $a : b :: c : d$, on a $a : c :: b : d$.

14. Si $a : b :: c : d$ et $b : e :: d : f$, on a $a : e :: c : f$.

15. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.

16. $ab = ba$.

17. $ab : ac :: b : c$.

18. $ba : ca :: b : c$.

19. Si $a : b :: c : d$, alors $ad = bc$, et si $ad = bc$, alors $a : b :: c : d$.

20. Si trois nombres a, b, c sont proportionnés, alors $b^2 = ac$, et si $b^2 = ac$, les trois nombres sont proportionnés.

21. Si le rapport $\frac{a}{b}$ est donné dans les *plus petits nombres* et si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors a mesure c , et b mesure d .

22. Si $a : b :: c : d$; $b : e :: f : c$, alors $a : e :: f : d$.

23. Si a et b sont premiers entre eux, le rapport $\frac{a}{b}$ est exprimé dans les *plus petits nombres*.

24. Lorsque le rapport $\frac{a}{b}$ est exprimé dans les *plus petits nombres*, a et b sont premiers entre eux.

25. Si a et b sont premiers entre eux, un nombre c qui mesure a est premier avec b .

26. Si deux nombres a, b sont premiers avec un troisième c , le produit ab est premier avec c .

27. Si deux nombres a, b sont premiers entre eux, alors a^2 est premier avec b .

28. Si deux nombres a, b sont premiers avec c et aussi avec d , alors ab et cd sont premiers entre eux.

29. Si deux nombres a et b sont premiers entre eux, $a^2, b^2; a^3, b^3$ sont aussi premiers entre eux.

30. Si deux nombres a et b sont premiers entre eux, $a + b$ est premier avec a et b .

31. Tout nombre premier est premier avec tout nombre qu'il ne mesure pas exactement.

32. Si le produit ab est mesuré par un nombre premier c , un des deux nombres a ou b est mesuré par c .

33. Tout nombre composé est mesuré par un certain nombre premier.

34. Tout nombre est un nombre premier ou mesuré par un certain nombre premier.

35. Etant donnés plusieurs nombres, trouver leurs rapports exprimés dans les plus petits nombres.

36. Etant donnés deux nombres, trouver le plus petit nombre qu'ils mesurent.

37. Un nombre a mesuré par les deux nombres c, d est aussi mesuré par leur plus petit multiple.

38. Etant donnés trois nombres, trouver le plus petit nombre qu'ils mesurent.

39 et 40. Si $a = mb$, alors $\frac{a}{m} = \frac{b}{1}$.

41 Trouver le plus petit nombre qui a pour parties $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$, c'est-à-dire que s est divisible par a, b, c .

La suite prochainement.

nombre des mesures à 8 dragmes; mais comme le nombre des mesures de deux sortes doit être x , il s'agit donc de partager $x^2 - 60$ en deux nombres, de manière que le $\frac{1}{5}$ de l'un et le $\frac{1}{8}$ de l'autre fassent ensemble x . Cela n'est possible qu'autant que x est plus grand que $\frac{1}{8}$ de $x^2 - 60$ et plus petit que $\frac{1}{5}$ de $x^2 - 60$; ainsi $x^2 - 60$ sera plus grand que $5x$ et plus petit que $8x$. Comme $x^2 - 60$ doit être plus grand que $5x$, ajoutant de part et d'autre 60 , x^2 doit être plus grand que $5x + 60$: ainsi x^2 est plus grand que $5x$ plus un nombre plus grand que 60 ; x sera donc plus grand ou du moins plus petit que 11 . Ensuite comme $x^2 - 60$ est plus petit que $8x$, si l'on ajoute des deux parts 60 , alors x^2 sera égal à $8x$ plus un nombre plus petit que 60 , d'où il suit que x ne peut surpasser 12 . Mais il a été montré que x ne peut pas être moindre que 11 . Donc x sera plus grand que 11 et plus petit que 12 . Mais si nous voulons rendre $x^2 - 60$ un carré, nous formons la racine de ce carré avec x moins un certain nombre et l'on obtient x en ajoutant 60 au carré de ce certain nombre et divisant la somme par le double de ce nombre (*). Nous devons donc chercher un nombre tel, que si l'on ajoute à son carré 60 et qu'on la somme par le double de ce nombre, le quotient doit être plus grand que 11 et plus petit que 12 . Si l'on nomme x (**) le nombre cherché, alors $\frac{x^2 + 60}{2x}$ doit être plus

$$(*) \quad x^2 - 60 = (x - z)^2, \quad x = \frac{z^2 + 60}{2z}.$$

(**) Ne pas confondre cet x avec le précédent. Diophante n'a qu'un *seul* signe pour toute espèce d'inconnues. Cet x est le z de la note précédente.

grand que 11 et plus petit que 12; soit d'abord $\frac{x^2 + 60}{2x} > 11$, alors $x^2 + 60 > 22x$. Ainsi $22x$ est égal à x^2 plus un nombre moindre que 60, donc x ne peut être moindre que 19; ensuite on doit avoir $\frac{x^2 + 60}{2x} < 12$, donc $x^2 + 60 < 24x$; ainsi $24x$ est égal à x^2 plus un nombre plus grand que 60; conséquemment, x doit être plus petit que 21, mais il doit en outre être plus grand que 19. Ainsi, si nous voulons rendre $x^2 - 60$ un carré, il faut poser la racine égale à $x - 20$; de là on tire $x = 11 \frac{1}{2}$, $x^2 = 132 \frac{1}{4}$; soustrayant 60, il reste $72 \frac{1}{4}$ (*): il faut donc décomposer $72 \frac{1}{4}$ en deux nombres tels, que le $\frac{1}{5}$ du premier plus le $\frac{1}{8}$ du second fassent ensemble $11 \frac{1}{2}$. Supposons que le $\frac{1}{5}$ du premier soit x , alors le $\frac{1}{8}$ du second sera $11 \frac{1}{2} - x$; les nombres eux-mêmes sont donc $5x$ et $92 - 8x$ et leur somme doit être $72 \frac{1}{4}$, donc $x = \frac{79}{12}$: ainsi le nombre des mesures à 5 dragmes est $\frac{79}{12}$ et le nombre des mesures à 8 dragmes $\frac{59}{12}$; le reste est évident. Avec le symbolisme moderne la solution s'abrège, mais la logique reste la même. Il n'y a d'abréviation que dans l'écriture. Il fallait un génie transcendant pour découvrir cette logique sans le puissant auxiliaire du symbolisme.

(*) C'est le carré de $\frac{17}{2}$.

BIBLIOGRAPHIE.

RECUEIL D'EXERCICES SUR LE CALCUL INFINITÉSIMAL; par M. F. Frenet, ancien élève de l'École Normale, professeur à la Faculté des Sciences de Lyon. Ouvrage destiné aux élèves de l'École Polytechnique, à ceux de l'École Normale et aux auditeurs des cours de mathématiques dans les Facultés des Sciences (*).

Je considère ce recueil comme un ouvrage des plus utiles et des mieux faits. Il contient, sous un volume restreint (220 pages), les solutions de plus de 500 questions qui se rapportent aux différentes théories du Programme de la Licence ès Sciences mathématiques. L'ouvrage se compose de trois parties, divisées chacune en deux sections. Dans la première section de chaque partie, on trouve les énoncés des questions à résoudre présentés dans un ordre méthodique; et dans la seconde, les solutions exposées d'une manière succincte, mais très-claire. Quant aux méthodes adoptées pour la résolution des questions principales, nous n'en dirons qu'un mot : c'est qu'elles appartiennent à des géomètres dont les noms font autorité.

Cet ouvrage n'a pas été destiné aux candidats à l'École Polytechnique; nous croyons toutefois pouvoir leur recommander les paragraphes relatifs aux *dérivées* de différents ordres, à la recherche des *vraies valeurs*, aux questions de *maxima* et de *minima*, à la théorie des *tangentes*, des points *singuliers*, à la *construction des courbes*.

G.

(*) Paris, Mallet-Bachelier, imprimeur-libraire de l'École impériale Polytechnique, du Bureau des Longitudes, quai des Augustins, 55.

SUR L'ORTHOGRAPHE DU NOM DE NEPER

(VOIR BULLETIN, t. I^{er}, p. 106).

Un abonné du Mans nous écrit que dans les ouvrages anglais destinés à la jeunesse le nom de l'inventeur des logarithmes est orthographié *Napier* et pas *Neper*. Même dans les ouvrages publiés par l'illustre Anglais, le nom est diversement écrit; cela tient à la capricieuse prononciation des voyelles chez les Anglais. La prononciation moderne est *Napier*, mais je crois qu'en France il faut conserver le nom de *Neper* attaché aux logarithmes *népériens*.

SUR LA NÉBULEUSE D'ORION.

Dans l'ouvrage suivant de Jean-Baptiste Cysat de Lucerne: *Mathemata astronomica de loco, motu, magnitudine et causis cometæ annorum 1618 et 1616*, Ingoldstadt, in-4, on lit à la page 75 :

Cæterum huic phænomeno similis stellarum congeries est in firmamento ad ultimam stellam gladii Orionis, ibi enim cernere est (per tubum) congestas iidem aliquot stellas angustissimo spatio et circumcirca interque ipsas sellulas instar albæ nubis candidum lumen affusum.

Ainsi Cysat a observé cette nébuleuse en 1619, au moins trente années avant Huyghens, qui passe pour l'avoir découverte en 1656.

C'est le savant directeur de l'observatoire de Berne, M. Rudolf Wolf, qui est l'auteur de cette curieuse correction, et qui prépare une Notice sur les œuvres et sur

la vie de Cysat (*Astronomische Nachrichten*, t. XXXVIII, n° 895, p. 110; 1854).

Cysatus est né à Lucerne en 1588, était professeur de mathématiques à l'université d'Ingolstadt, et est mort le 3 mars 1657. Il était fils de Rennward, historien de la Suisse. Cysat est un des premiers qui aient observé le passage de Mercure sur le Soleil.

SUR OTHON DE MAGDEBOURG

(voir BULLETIN, t. I^{er}, p. 11)

Extrait d'une Lettre du prince BALDASSARE BONCOMPAGNI.

Dans l'ouvrage de Kastner intitulé : *Geschichte der Mathematik*, t. I, p. 604, on lit : « L. Valentini Othonis » Parthenopolitani de triangulis globi sine angulo recto » libri quinque, quibus tria meteoroscopia numeror. ac » cesserunt. » Il faut remarquer que Valentinus Othon est appelé ici *Parthenopolitanus*, c'est-à-dire de *Parthenopolis*. Or *Parthenopolis* est le nom latin de la ville de Magdebourg d'Allemagne (*). En effet, dans le *Lexicon geographicum, in quo universi orbis Urbes, Provinciæ, Regna, Maria et Flumina recensentur. Illud primum in lucem edidit Philippus Ferrarius Alexandrinus, in Ticinensi Academia Mathematices professor. Nunc Michael Antonius Baudrand Parisinus Prior Commendatarius de Roboribus, de Novo-Mercato, et de Gessenis, hanc editionem emendavit, illustravit, et dimidia parte auctiorem fecit. Parisiis, apud Franciscum Muguet, Regis et Illustrissimi Archiepiscopi Parisiensis typogra-*

(*) Magdebourg signifie, en allemand, la ville des jeunes filles; c'est ce qu'exprime aussi en grec le mot Parthenopolis.

phum MDCLXX. Cum privilegio Regis, tome II, page 39, col. 1, on lit : « Parthenopolis item (ex antiquis urbis » Magdeburgensis monumentis, teste Munstero) Magdeburgum, urbs præclara Germaniæ, in Saxonia, ad Albim fluvium, libera et archiepiscopalis anno salutis » 941 effecta, inter Brunopolim ad occasum et Berlinum ad ortum 16 leucis. Dicta est quod ibi Diana virgo » culta fuerit. Eadem Poetis Germanis Parthenope, et » Magdeburga dicitur. » Il paraît donc que Valentinus Othon était de Magdebourg et non pas de Naples.

THÉORÈMES

Sur les équations contenues dans le *Ars magna* de Cardan (1545).

(COSSALI, t. II, p. 325.)

1. *m* étant une quantité qui vérifie l'équation, elle est divisible par $x - m$.

Cardan connaît ce théorème pour le troisième degré et le démontre ainsi.

Soient

$$x^3 = px + q, \quad x^3 + m^3 = px + q + m^3;$$

$x^3 + m^3$ est divisible par $x + m$; le second membre donne pour quotient p et pour reste $m^3 - pm - q$, qui est zéro par hypothèse: de là Cardan déduit les deux autres racines. Mais il ne considère pas le cas où les trois racines sont négatives (*Pratica gener. aut.*, cap. LI).

2. *Le coefficient du deuxième terme est égal en grandeur à la somme des racines* (*Ars magna*, cap. XVIII).

Toujours appliqué seulement au troisième degré; il sait même que lorsque x^2 manque, la somme des racines positives est égale à la racine négative, ou la positive égale la somme des négatives. (*Et patet etiam quod omnes*

modii additionem semper referri possunt, quamvis minus, cum additur, vicem gerat plus, cum detrahitur.)

3. *Le dernier terme connu est le produit des racines.*

Cardan ne connaît pas ce théorème ; il a pourtant une foule d'exemples et de passages qui font voir qu'il avait un pressentiment non exprimé de ce théorème. Cela provient de l'usage du temps, qui ne permettait pas de transporter tous les termes dans un seul membre ; il fallait n'avoir que des termes positifs dans chaque membre, usage venu des Arabes.

Racines positives, négatives, imaginaires.

Il appelle les positives racines *vraies*, et les négatives racines *feintes, fausses*.

CAP. XVIII. *De regula falsum ponendi.* Il résout des problèmes où il adopte pour inconnue une quantité négative en posant l'inconnue égale à $-x$.

Racines réelles et imaginaires.

Cardan distingue deux genres de racines fausses, les *négatives* et les racines carrées des quantités négatives et un troisième qu'il explique obscurément, et on voit qu'il s'agit de $-a - \sqrt{-b}$ où les deux faussetés sont réunies ; il donne un exemple, mais dont le résultat est inexact.

Une équation de degré pair n'a aucune racine réelle ou en nombre pair.

Cardan connaît ce théorème pour les équations du second degré et ses dérivées $x^{2m} + px^n = q$.

Une équation de degré impair a toujours un nombre impair de racines réelles.

Cardan connaît ce théorème pour le troisième degré ; il trouve que les équations

$$x^3 + q = px, \quad x^3 + px = q,$$

(31)

ont trois racines réelles si $\frac{4}{27} p^3 > q$ ou $= q$, et n'en ont qu'une si $\frac{4}{27} p^3 < q$.

$$x^3 + q = nx^2, \quad x^3 + nx^2 = q$$

ont trois racines réelles si $\frac{4}{27} n^3 > q$ ou $= q$, et une seule si $\frac{4}{27} n^3 < q$.

Relations entre le nombre des racines positives et négatives et les signes des termes.

Cap. I de l'*Ars magna*. Cardan dit que dans les équations

$$x^3 = px + q, \quad x^3 + px = q, \quad x^3 + nx^2 = q,$$

$$x^3 + nx^2 + px = q, \quad x^2 = nx^2 + px + q,$$

$$x^3 + nx^2 = px + y, \quad x^3 + px = q,$$

il n'existe qu'une seule racine réelle positive; et il change les racines positives en négatives, et *vice versa*, en remplaçant x par $-x$. Il étend même ce théorème à

$$x^4 + mx^3 + nx^2 = q, \quad x^4 + mx^3 + nx^2 = px + q.$$

Cardan connaît la règle de Descartes pour le troisième et quatrième degré, quelques cas exceptés.

Racines égales.

Cardan, dans l'équation

$$x^3 = 12x + 16,$$

dit expressément qu'elle a deux racines égales $+2$, $+2$ et une racine fautive -4 .

Transformation des équations.

Voici comment Cardan réduit la résolution de l'équa-

tion

$$x^3 + q = px$$

à celle de l'équation

$$z^3 = pz + q,$$

et *vice versa*. On a

$$q = px - x^3 = z^3 - pz,$$

d'où

$$px + pz = z^3 + x^3, \quad p = z^2 - xz + x^2;$$

connaissant z , on connaît donc x , et *vice versa*.

Résolution de Cardan des équations du troisième degré.

$$1^{\circ}. \quad x^3 + px = q,$$

comme et d'après Tartaglia.

$$2^{\circ}. \quad x^3 = px + q,$$

comme et d'après Tartaglia.

$$3^{\circ}. \quad x^3 + q = px,$$

la ramène à $z^3 = pz + q$.

$$4^{\circ}. \quad x^3 = nx^2 + q,$$

il fait $x = z + \frac{1}{3}n$ et revient à la forme $z^3 = pz + q$.

$$5^{\circ}. \quad x^3 + nx^2 = q,$$

il fait $x = z - \frac{1}{3}n$: ainsi $x = z^2 - n$; d'après Louis

Ferraro.

$$6^{\circ}. \quad x^3 + q = nx^2,$$

il fait $x = \frac{\sqrt[3]{q^2}}{z}$.

$$7^{\circ}. \quad x^3 + nx^2 + px = q,$$

- 8°. $x^3 + px = nx^2 + q,$
 9°. $x^3 + nx^2 = px + q,$
 10°. $x^3 = nx^2 + px + q,$
 11°. $x^3 + q = nx^2 + px,$
 12°. $x^3 + px + q = nx^2,$
 13°. $x^3 + nx^2 + q = px.$

Il fait partout disparaître le second terme.

Il ne traite pas ces trois cas :

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= 0, \\ x^3 + nx^2 + q &= 0, \\ x^3 + nx^2 + px + q &= 0. \end{aligned}$$

Cardan enseigne diverses transformations : Cap. XXI *Arithmetices : De permutatione capitulorum invicem*; Cap. VII, *De regulis algebraicis; de capitulorum transmutatione*. Cap. XXVII.

1^{re} Transformation. Il fait

$$x = y \pm a;$$

et s'en sert pour faire disparaître le terme px dans

$$x^3 + q = px.$$

2^e Transformation.

$$x = \frac{a}{y} \text{ réciproque.}$$

3^e Transformation. Soit l'équation

$$x^3 = nx^2 + q = px;$$

si a et b sont deux racines, l'équation

$$x^3 + kx^2 - (p - a - b)(k - n)x + q + ab(k - n) = 0$$

aura aussi les deux racines a et b , k est arbitraire.

Racines irrationnelles.

Cardan cherche quelles peuvent être les formes des équations du troisième et du quatrième degré qui ont pour racines les irrationnelles d'Euclide.

Binôme de troisième et de sixième espèce $\sqrt{t} \pm \sqrt{n}$.

Théorème I. $(\sqrt{s} \pm \sqrt{u})^{2m+1}$, tous les termes renferment \sqrt{t} ou \sqrt{u} ; $(\sqrt{t} + \sqrt{u})^{2m}$, tous les termes renferment $\sqrt{+u}$ ou bien sont rationnels.

Théorème II. $\sqrt{t} \pm \sqrt{u}$ ne peut être racine de

$$x^2 + px = q,$$

ni d'aucune équation du troisième degré, ni de l'équation

$$x^4 + px^3 + qx^2 = r$$

ou

$$x^4 + px^2 + qx = r,$$

mais bien de l'équation

$$x^4 + px^2 = q$$

ou de l'équation complète

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx = s.$$

Il a d'autres théorèmes du même genre qui ne présentent plus aucun intérêt, et que Fibonacci avait déjà connus; mais il passe à des radicaux d'un degré beaucoup plus élevé. Il démontre que ni $\sqrt{s} + \sqrt{t} + \sqrt{u}$ ni $\sqrt[3]{s} + \sqrt[3]{t} + \sqrt[3]{u}$ ne peuvent être racines de l'équation

$$x^3 = px + q.$$

BIBLIOGRAPHIE.

THÉORIE DES DÉTERMINANTS ET LEURS PRINCIPALES APPLICATIONS; par le D^r *F. Brioschi*, professeur de mathématiques appliquées à l'université royale de Pavie. Traduit de l'italien, par M. *Edouard Combescuré*, professeur de mathématiques. Paris, 1856; in-8 de xii-216 pages.

La géométrie segmentaire dite supérieure (*), la géométrie infinitésimale, les *déterminants*, les formes homogènes, le calcul des fonctions, des symboles, des nombres complexes, changeront complètement, dans peu d'années, la face de la science, non-seulement dans les hauteurs, mais aussi dans la plaine. Les théories principales étant autrement exposées, les formules principales autrement écrites, les résultats autrement énoncés, nos traités élémentaires auront à subir une totale transformation. Ceux qui par inertie ne veulent pas ou par caducité ne peuvent plus suivre, seront tentés de décrier, d'arrêter ce mouvement. Cela ne s'applique heureusement pas à ceux qui entrent dans la carrière. Ils accueillent avec reconnaissance tout ce qui prépare la voie aux nouvelles méthodes. Tel est l'ouvrage du célèbre analyste qui manie avec tant d'habileté, avec de si beaux succès, la féconde théorie des déterminants.

On part des définitions les plus simples et l'on arrive

(*) Puisse le retour à la sante du célèbre auteur de la géométrie supérieure lui permettre de nous donner le second volume si ardemment désiré.

aux applications les plus générales. Le nom de *déterminant*, réservé longtemps aux seules fonctions cramériennes, aux dénominateurs des inconnues dans les équations du premier degré, désigne aujourd'hui bien d'autres fonctions : on a les déterminants fonctionnels de Jacobi, les déterminants de Gauss, autrement dit *discriminants*, les déterminants de Hesse ou invariants, etc.

Ces diverses fonctions jouissent de propriétés spéciales, ont des relations mutuelles qui ont des conséquences nombreuses pour la géométrie, l'analyse des équations et le calcul des intégrales définies. Une graduation intelligente permet au lecteur de suivre sans peine ces divers développements. Nous engageons à prendre toujours pour exemple un déterminant formé d'un petit nombre de termes, d'y appliquer le raisonnement de l'auteur, qu'on étendra ensuite avec facilité à un nombre quelconque de termes, moyen d'étude à conseiller dans les méthodes d'une vaste généralité.

Ce qui n'est pas moins précieux dans cette production, c'est l'uniformité des procédés, la symétrie extrême des résultats, l'élégance des dispositions typographiques; ce sont des qualités mnémoniques qui, lorsqu'elles manquent, rendent les formules disgracieuses, les font oublier et les frappent de stérilité.

L'auteur italien a eu le rare bonheur de rencontrer un traducteur qui connaît, qui domine le sujet; pour s'en convaincre, il suffit de lire les deux Notes terminales qui font regretter qu'il n'en ait pas mis un plus grand nombre.

La France possède donc enfin un ouvrage, et il est le seul, où l'on peut apprendre la théorie la plus importante de toute l'analyse; c'est une lacune comblée, un service rendu. Un jour, j'énumérais devant un géomètre éminent de notre Académie des Sciences les endroits des ma-

thématiques où l'on rencontre des déterminants depuis les équations du premier degré jusqu'aux équations des perturbations planétaires; il m'interrompt en me disant que j'aurais plus tôt fait en désignant les endroits où l'on ne rencontre pas de déterminants.

PAPIERS DE DESCARTES; par M. Prouhet.

(Extrait d'une Lettre à M. Terquem.)

Dans l'édition de M. Cousin, on donne au tome X un fac-simile de l'écriture du grand philosophe en disant que c'est la seule trace qui en reste. Que sont donc devenus ses manuscrits? D'après Baillet, les minutes de ses lettres avaient été apportées en France par M. Chanut et avaient servi, quoique bien altérées par un séjour au fond de l'eau (*), à faire l'édition de Clerseher. Quant aux originaux des lettres au P. Mersenne, d'abord tombés aux mains de Roberval qui n'avait voulu les communiquer à personne, ils étaient échus à Lahire qui en avait fait cadeau à l'Académie des Sciences. Ces Lettres paraissent avoir été remises à Baillet pour composer la vie de Descartes, et ensuite à un nommé J.-B. Legrand qui préparait une édition complète des œuvres du philosophe (Baillet, *Vie de Descartes*, préface, p. xxii). C'est probablement ce Legrand qui est l'auteur des notes marginales inscrites sur l'exemplaire de l'Institut, dont M. Cousin s'est servi. A partir de là, je perds la trace des manuscrits de Descartes. Quel est ce Legrand? Pourquoi n'a-t-il pas donné l'édition qu'il projetait? On trouverait peut-être quelques renseignements à ce sujet dans les anciens registres de l'Académie.

(*) Le bateau qui les apportait avait fait naufrage au port de l'École, et on n'avait pu les retirer que trois jours après.

Note du Rédacteur. Je répète qu'il serait fort utile de publier une Table des matières de l'édition Cousin. Celle qu'on y trouve est d'une maigreur inouïe, surtout pour la partie scientifique. Exemple : Vous y chercherez vainement les *ovales* de Descartes ; la Table des noms, qui facilite tant les recherches historiques, manque complètement. Que sont devenus les éditeurs tels que Baillet ? Des œuvres volumineuses sans tables n'existent pas, non plus qu'une bibliothèque sans catalogue.

ARAIGNÉE PERTURBATRICE ;

D'APRÈS M. HANSTEEN,

Directeur de l'observatoire de Christiania.

(*Astr. Nach.*, 1856, n^o 1020, p. 191.)

Le Bureau des Longitudes avait fait établir à l'Observatoire de Paris une boussole consacrée exclusivement aux variations diurnes de la déclinaison. Dans le courant de 1819, le barreau d'acier qui était suspendu à plat, éprouva, *sans aucune cause apparente*, un changement subit de direction ; les variations diurnes se trouvèrent en même temps réduites presque au dixième de leur valeur primitive, tandis que l'intensité magnétique s'était considérablement accrue.

Le même fait, savoir une diminution subite dans la direction, les variations diurnes et dans le temps d'une oscillation, s'est aussi présenté une fois à Gauss dans l'observatoire magnétique de Gottingue et deux fois à M. Hansteen, à Christiania. Mais Gauss devina bientôt la cause. Une araignée s'était glissée dans la boîte *unifilaire*, et, par un fil très-fin presque invisible, avait lié l'extrémité de l'aiguille à la paroi de la boîte, ce qui changea subite-

ment la position moyenne de l'aiguille , de même que les mouvements diurnes et le temps d'une oscillation. Au lieu d'en déduire qu'un changement subit s'était produit dans le magnétisme terrestre et de là une augmentation dans le moment magnétique de l'aiguille, il se contenta d'ôter le couvercle, et faisant glisser un crayon le long des parois de la boîte, l'aiguille reprit aussitôt sa position ordinaire, et les variations et la durée d'oscillation revinrent à leurs grandeurs précédentes.

M. Hansteen découvrit de même le fil d'araignée qui avait produit les deux perturbations dans son observatoire. Le fil ôté, tout fut rétabli, et le célèbre directeur crut qu'il est plus vraisemblable qu'une même cause ait produit le même effet dans la boussole d'Arago.

SUR LE CIRQUE NUMÉRIQUE DES PYTHAGORIENS.

On sait que le carré d'un nombre entier est la somme de deux nombres triangulaires consécutifs. Le pythagoricien Jamblique énonce ainsi ce théorème (p. 107) dans l'ouvrage cité (*Bulletin*, t. I, p. 186).

« L'unité est l'élément fondamental dans la génération »
 » des carrés.... Pour engendrer un carré, on part origi-
 » nairement de l'unité comme de la *barrière* (*ὄσπληγξ*),
 » en quelque sorte jusqu'à la *borne* (*καμπτήρ*) (*), côté
 » du carré à engendrer, et puis on retourne de nouveau
 » vers elle (l'unité) comme vers un but (*νόσση*), en tou-
 » chant tous les nombres et l'unité elle-même deux fois,
 » excepté la borne, côté du carré à engendrer. »

(*) Le verbe grec *καμπτω*, je courbe, est l'origine de ces mots français : *canus*, *camard*, *cambrure*, *chambre*, *chambranle*, *concamération*, *camérier*, *chambellan*, *camarade*.

La figure suivante éclaircit cette course numérique.

Barrière. 1...2...3...4...5...
 : 6. Borne.
 But..... 1...2...3...4...5... .

La somme de tous ces nombres est 36 carré de la borne.

Il représente ainsi sous forme de *cirque* le nombre 100 carré de 10, puis aussi 1000, en prenant 10 pour barrière et pour *but*; les nombres étant 10, 20, 30, etc., et la borne est 100, etc.

Le véritable *cirque arithmétique* qui est le fondement de toute continuité numérique est celui-ci :

Imaginons une circonférence de rayon infini. Inscrivons le chiffre zéro sur un point de cette circonférence; par ce point et le centre menons une droite et inscrivons l'infini (∞) sur l'autre extrémité de ce diamètre. Concevons que sur la demi-circonférence à droite de ce diamètre on ait rangé toutes les quantités numériques possibles croissant par gradation de 0 à ∞ , et de même sur la demi-circonférence à gauche; distinguons les quantités à droite par un signe quelconque, soit +, et les quantités à gauche par un autre signe, soit —; un point partant de zéro et se dirigeant vers $+\infty$ sera obligé de parcourir la demi-circonférence de — pour revenir à zéro, et l'on voit que $+\infty$ et $-\infty$ désignent le même point; de même que $+0$ et -0 : là est le principe de la continuité, et l'hyperbole en fournit un exemple élémentaire. Soient A et A' les deux sommets, A le sommet à droite et A' le sommet à gauche; désignons par AB, A'C respectivement les demi-branches au-dessus de l'axe focal, et Ab, A'c les demi-branches au-dessous; un point A partant de A et se dirigeant vers B décrira cette demi-branche, et arrivé à l'extrémité de cette longueur infinie, il sera aussi sur l'extrémité de la branche A c', et continuant son mou-

vement, il vient vers A' et de là vers l'extrémité de $A'C$; il sera alors aussi à l'extrémité de Ab , et, continuant, il revient en A . L'équation polaire de la courbe, le centre pris pour pôle, fait parfaitement ressortir ce mouvement continu.

Il y a donc toujours deux chemins pour passer d'un nombre à un autre; par exemple, pour passer de $+2$ à $+1$, on peut se diriger vers zéro, on peut aussi se diriger vers ∞ et passer par cet infini et zéro pour arriver à 1 : Jacobi fait souvent usage de ce dernier chemin pour conserver l'uniformité de direction. Soient, par exemple, les quatre nombres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ rangés selon l'ordre ascendant; on va de α vers β , de β vers γ , de γ vers δ dans la même direction, et on conserve la même direction en allant de δ à α en passant par l'infini (*Fundamenta*, page 11). Ceci explique aussi le mouvement du point d'application de la résultante de deux forces parallèles $+P, -Q$, où P , d'abord plus grand que Q , décroît sans cesse, passe par zéro et devient négatif, et beaucoup d'autres mouvements de va-et-vient du même genre.

BIBLIOGRAPHIE.

MÉLANGES DE GÉOMÉTRIE PURE, comprenant diverses applications des théories exposées dans le *Traité de Géométrie supérieure* de M. Chasles, au mouvement infiniment petit d'un corps solide libre dans l'espace, aux sections coniques, aux courbes du troisième ordre, etc., et la traduction du *Traité de Maclaurin sur les courbes du troisième ordre*; par M. E. de Jonquières, lieutenant de vaisseau. Paris, 1856; chez Mallet-Bachelier; in-8 de viii-261 pages, avec planches. Prix: 5 francs.

M. de Jonquières est bien connu de nos lecteurs par
Bulletin mathématique, t. III. (Juin 1857.)

les excellents articles dont il a enrichi les *Nouvelles Annales*. L'ouvrage dont nous allons rendre compte ne peut qu'ajouter à la réputation de l'auteur et contribuera, nous l'espérons, à répandre le goût de la géométrie moderne.

L'auteur débute par une préface modeste, trop modeste peut-être si l'exemple pouvait être contagieux. Nous ferons remarquer à M. de Jonquières que la science, et l'on doit s'en féliciter, n'est pas la propriété d'une corporation : elle n'est pas indispensablement attachée à un diplôme ou à une position officielle : *Spiritus ubi vult spirat*. D'ailleurs M. de Jonquières se charge de nous prouver qu'on peut être excellent marin et bon géomètre.

Comme l'indique son titre, l'ouvrage est une collection d'études sur différents sujets. Chaque chapitre forme comme un traité à part.

Le *Chapitre I^{er}* (1-54) est consacré aux *propriétés géométriques relatives au mouvement infiniment petit d'un corps*. C'est le développement d'une théorie dont le programme seul a été donné par M. Chasles dans les *Comptes rendus* (26 juin 1843).

Le mouvement infiniment petit d'une figure plane se réduit à une rotation du plan de la figure autour d'une droite de ce plan, pendant que cette droite tourne elle-même autour d'un point fixe sans sortir de la position primitive du plan. La droite se nomme *caractéristique* et le point fixe *foyer*. La trajectoire du foyer est perpendiculaire au plan primitif qui contient les trajectoires des différents points de la caractéristique. Une droite D étant considérée comme faisant partie d'un corps, il existe une seconde droite Δ sur laquelle se trouvent les foyers de tous les plans menés par la première, et réciproquement. Un cas intéressant est celui où l'une des deux droites *conjuguées* est à l'infini.

A l'aide de ces considérations et par les démonstrations

les plus simples, l'auteur parvient à ce théorème que *le mouvement infiniment petit d'un corps se réduit à un mouvement de rotation autour d'un axe, qui pendant cette rotation glisse sur lui-même*; ou, en d'autres termes, *au mouvement d'une vis dans son écrou*. Le géomètre qui le premier a tracé cette belle image du mouvement, a pu dire avec un légitime orgueil : *Anch'io sono pittore*.

De ces principes fondamentaux, l'auteur déduit toutes les propriétés, soit descriptives, soit métriques, relatives aux trajectoires des points d'un corps en mouvement. Il rattache la théorie des figures en mouvement à celle des figures corrélatives, et montre ensuite les analogies qui existent entre les rotations d'un corps autour de divers axes et les systèmes de forces. C'est le propre des bonnes théories de n'être point isolées dans leur objet et d'ouvrir à l'esprit des horizons nouveaux. Ajoutons que c'est la plus grande jouissance que procure leur étude.

Le *Chapitre II* (55-112) est relatif *aux arcs d'une section conique dont la différence est rectifiable et aux propriétés des arcs égaux de la lemniscate*. Les théorèmes qu'on y rencontre ont été énoncés sans démonstration par M. Chasles.

L'auteur nomme associés les arcs dont la différence est rectifiable, dénomination que l'on doit préférer à celle d'arcs semblables. Il commence par démontrer ce théorème :

1°. *Quand deux arcs d'une section conique sont associés, les sommets de leurs angles circonscrits sont situés sur une seconde conique décrite des mêmes foyers que la première*; 2° *et la différence des deux arcs est égale à la somme des côtés de l'angle circonscrit au premier, moins la somme des côtés de l'angle circonscrit au second*.

Le raisonnement de M. de Jonquières, en ce qui concerne la première partie de cet énoncé, ne nous a pas paru à l'abri de toute objection. L'auteur montre que si le théorème n'avait pas lieu, on pourrait rectifier un arc elliptique, *ce que l'on sait être impossible*. Nous ferons remarquer que si la rectification *indéfinie* de l'ellipse est impossible, c'est-à-dire si l'on ne peut exprimer une intégrale elliptique de deuxième espèce en fonction explicite de l'amplitude ou du module, à l'aide des seuls signes algébriques, exponentiels et logarithmiques (*), il n'en est pas de même de la rectification d'un arc déterminé; car l'impossibilité d'intégrer en général une fonction n'empêche pas qu'on puisse l'intégrer entre certaines limites particulières.

Quoi qu'il en soit, si l'on se contente de dire que les arcs assujettis aux conditions indiquées plus haut ont leur différence rectifiable, il reste encore un fort beau théorème que l'analyse transcendante avait seule abordé, mais en le présentant sous une forme moins simple et moins élégante. La méthode purement géométrique, appliquée à cet ordre de questions, présente des avantages incontestables. « Elle est la même pour les trois courbes qui exigent, en analyse, des formules et des calculs différents; elle fait connaître des relations immédiates et fort simples entre les arcs comparés, relations restées inaperçues jusqu'ici : elle conduit à diverses propriétés de ces arcs, d'autant plus curieuses, qu'il y entre des relations de périmètres et des conditions de maximum et de minimum, qu'on sait être presque toujours difficiles à traiter, même par l'analyse; enfin cette marche synthé-

(*) Voir *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. V, p. 441. M. Liouville est, je crois, le premier et le seul qui ait démontré ce théorème.

tique a encore ici un avantage particulier, c'est qu'elle s'applique aux coniques sphériques, sujet d'un ordre plus relevé sous le point de vue analytique » (*).

On peut donc considérer la théorie actuelle comme une conquête de la géométrie sur l'analyse, heureuse conquête qui n'appauvrit pas l'analyse et qui enrichit la science.

Le *Chapitre III* (113-152) a pour objet la généralisation des propriétés des foyers et des diamètres conjugués des sections coniques.

La première généralisation a pour principe le théorème suivant :

Etant donnée une conique A et étant pris un point fixe S dans son plan, on peut mener par ce point, d'une infinité de manières, deux droites telles, que le pôle de l'une soit sur l'autre. Ces deux droites sont toujours en direction deux diamètres conjugués d'une certaine conique Σ qui est relative au point S , qui change de forme quand on passe à un autre point et qui devient un cercle quand le point S est un des foyers. Au point S correspond un second point S' situé sur le même diamètre de la courbe A , mais de l'autre côté et à égale distance du centre, et la conique Σ est aussi relative à ce point.

Les points S et S' sont désignés sous le nom de foyers de la conique A relatifs à la conique Σ .

De là résulte une théorie générale dont celle des foyers proprement dits n'est plus qu'un cas particulier, et par théorie il faut entendre non-seulement l'ensemble des théorèmes relatifs aux foyers proprement dits, mais encore les propositions non moins nombreuses qui se rapportent aux coniques homofocales.

Le défaut d'espace nous oblige à indiquer seulement l'objet des autres chapitres.

(*) *Comptes rendus*, t. XVII, p. 839

Le *Chapitre IV* (152-196) traite du principe de correspondance anharmonique et de ses applications aux courbes du deuxième, troisième et quatrième ordre.

Le *Chapitre V* (197-261) est consacré tout entier à la traduction du *Traité* de Maclaurin *sur les courbes du troisième ordre*. Cette traduction fidèle et élégante est accompagnée de notes qui ne laissent rien à désirer pour l'intelligence du texte.

En résumé, M. de Jonquières a fait un livre excellent. Nous le recommandons vivement à nos collègues et aux élèves intelligents qui, par une curiosité bien naturelle à leur âge, veulent savoir s'il y a quelque chose au delà des *Programmes*. Au delà, en effet, il y a tout un monde, et ce que nous avons de mieux à faire, ne pouvant les y conduire, c'est de leur indiquer un bon guide.

E. PROUHET.

GRAND PRIX DE MATHÉMATIQUES PROPOSÉ POUR 1858.

(Académie des Sciences de Paris.)

Soit la suite naturelle des nombres premiers impairs

$$1.3.5.7.11.13.17.19.23.29.31, \dots ;$$

désignons le $n^{\text{ième}}$ terme de cette suite par $P_{(n)}$; prenons dans cette suite $n - 1$ termes dans un ordre quelconque. Pour fixer les idées, soit

$$n = 7,$$

ainsi

$$P_7 = 17.$$

Prenons donc dans cette suite ($n - 1$) ou six termes quel-

conques , par exemple

$$3. 13. 19. 31. 59. 101,$$

et $P_{(6)} = 13$.

Si dans la progression arithmétique quelconque

$$A - C, \quad 2A - C, \quad 3A - C, \quad 4A - C, \dots,$$

A et C étant premiers entre eux , on prend $P_{(n-1)}$ termes consécutifs , et dans l'exemple treize termes consécutifs , il faut démontrer qu'*au moins* un de ces termes ne sera divisible par aucun des six nombres premiers ci-dessus.

Soient

$$A = 5, \quad C = 3;$$

la progression est

$$2. 7. 12. 17. 22. 27 \dots$$

Prenons treize termes consécutifs

$$12. 17. 22. 27. 32. 37 \dots 62.$$

17, nombre premier, n'est divisible par aucun des six nombres premiers. Il y a donc un terme non divisible par 1, 3, 5, 7, 11, 13, les six premiers nombres de la suite des nombres premiers. (Legendre, *Théorie des nombres*, t. II, p. 76, édit. 1830.)

NUMÉRATION DES GRECS.

| | | | | | | | |
|----------|----------|-----------|------------|------------|---------|------------|----------|
| α | β | γ | δ | ϵ | ζ | η | θ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| ι | κ | λ | μ | ν | ξ | \omicron | π |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| ρ | σ | τ | υ | ϕ | χ | ψ | ω |
| 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |
| | | | | | | | 900 |

Les mêmes lettres avec le iôta souscrit prennent une va-

leur mille fois plus grande. Ainsi α , β , γ , etc., désignent 1000, 2000, 3000, etc.; ce sont les $\chi\iota\lambda\iota\omicron\iota$; ι , κ , λ , etc., désignent 10000, 20000, 30000, etc., ou les $\chi\iota\lambda\iota\alpha\delta\iota\kappa\alpha\iota$; et ρ , σ , τ , etc., représentent 100 000, 200 000, 300 000, etc. La valeur de chaque caractère peut être augmentée dix mille fois en plaçant au-dessous la lettre M, initiale du mot *Μυρία*. Ainsi ρ_M désigne un million.

Une autre manière de présenter les grands nombres est de placer des *points* sur la lettre. Ainsi $\ddot{\alpha}$ exprime 10 000; c'est le commencement de la série des myriades : $\mu\upsilon\rho\iota\omicron\tau\alpha\delta\iota\kappa\alpha\iota$ $\alpha\pi\lambda\alpha\iota$; et $\ddot{\alpha}$ dénote 100 millions et commence la série des $\mu\upsilon\rho\iota\omicron\tau\alpha\delta\iota\kappa\alpha\iota$ $\delta\iota\pi\lambda\alpha\iota$ ou les carrés des termes de la première série. Ainsi les Grecs auraient écrit 3 280 196 529

$\ddot{\lambda}.\ddot{\beta} \ddot{\eta}.\ddot{\iota}.\ddot{\theta}.\ddot{\epsilon}.\ddot{\phi}.\ddot{\kappa}.\ddot{\theta}.$

Μυριαδικων διπλων λβ; μυριαδικων απλων ηθ; και εξακισ χιλιαί πεντακοσια εικοσιν εννεα. (LESLIE, *Philosophy of Arithmetic*, p. 219.)

Le signe τ se nomme *vau* ou *επισημον*.

Le signe ζ se nomme *kopha* (*κοφη*); il ne faut pas le confondre avec le sigma final, ni avec la double lettre *sti*, ς .

Le signe ϑ se nomme *sampi*.

Ces trois noms sont empruntés à l'alphabet hébreu ainsi que tous les noms de l'alphabet grec.

Les fractions ayant pour numérateur l'unité étaient désignées par le dénominateur avec un accent à droite; ainsi δ' est $\frac{1}{4}$, γ' $\frac{1}{3}$, etc.; mais la fraction $\frac{1}{2}$ avait quatre signes spéciaux C, <, C', K.

Dans les autres cas, on écrivait le dénominateur comme nous faisons pour les exposants. Ainsi $\beta^{\alpha\alpha}$ désigne $\frac{2}{11}$, $\pi\alpha^{\rho\kappa\alpha}$ est $\frac{81}{121}$.

LOUIS-AUGUSTIN CAUCHY

Né à Paris le 21 Août 1789; mort et enterré à Sceaux le 23 Mai 1857.

L'Académie a perdu une de ses plus brillantes couronnes, la France une de ses plus pures gloires, le monde le plus grand mathématicien du moment actuel. Mathématicien dans le sens le plus large, l'esprit de Cauchy n'était pas cantonné dans un coin de la science. Partout il fondait, partout il créait, partout il était au premier rang. A l'instar des éminents génies en toute carrière, les chefs-d'œuvre de Cauchy, ses plus belles découvertes datent de sa jeunesse. Son théorème sur les polyèdres, que tant de siècles ont laissé sans démonstration, complète la géométrie d'Euclide. Il établit la vérité d'un théorème de Fermat, qui a rebuté un Descartes, résisté aux efforts d'un Euler, d'un Gauss. Avant Sturm, il indique un moyen, compliqué il est vrai, mais certain, de trouver le nombre des racines comprises entre deux limites désignées. Il remanie, enrichit considérablement la théorie des déterminants, des fonctions alternées : théorie entamée par Vandermonde et Laplace. Ses considérations morphologiques sont un point de départ pour les travaux d'Abel sur les formes, permettent à l'illustre Norvégien d'établir l'impossibilité de la résolution générale des équations. Euler, Laplace, Lagrange faisaient quelquefois des séries un emploi d'une légitimité douteuse. Cauchy donne aux séries, lors même qu'elles sont impliquées d'imaginaires, des bases certaines. Sa théorie des modules jette une vive lumière sur le champ, d'une si luxuriante fécondité, des expressions imaginaires.

Ses instruments les plus habituels, qu'il manie avec une dextérité sans égale, sont le symbole imaginaire et l'infini, effroi des géomètres vulgaires. Suivez tel sentier que vous voudrez dans la région infinitésimale, vous êtes sûr de rencontrer les empreintes profondes des pas de Cauchy. Le calcul des résidus procure souvent de prime abord des résultats qu'on obtiendrait péniblement par d'autres procédés. L'indépendance des intégrations successives dans les intégrales multiples est désormais soumise à d'importantes restrictions; le principe de la continuité, *rigoureusement défini*, introduit dans les opérations une précision inaccoutumée.

Venons à la science du mouvement. Que de nouvelles propriétés, combien de nouvelles méthodes de calcul pour la dynamique des solides terrestres et célestes!

La théorie des forces moléculaires, déposée en germe dans les *Principia*, explicitement appliquée par Clairaut, n'est réellement fondée que depuis les célèbres équations de Navier. Or ces équations réclamaient des développements et même certaines corrections, pour expliquer mathématiquement les découvertes de Newton, Huyghens, Malus, Young, Fresnel, Fraunhofer, sur le mystérieux agent de la lumière. C'est ce qu'entreprit et exécuta avec plein succès l'immortel académicien. Il a même promis, à diverses fois, un traité *ex professo* de mécanique moléculaire. Hélas! il n'a jamais accompli cette promesse. Dans ses dernières années, il disséminait ses instants sur une foule de matières disparates. De là une exubérance de symboles et de néologismes, une pénurie de clarté et de raisonnements : des oasis qu'il faut chercher dans des Saharas.

Les rivières les plus profondes, lorsqu'elles se répandent

sur un sol spacieux, finissent par s'amincir. Il avait tant médité, sur tant d'objets, que chaque nouveauté lui apparaissait comme un simple corollaire de ses propres inventions. Il faut bien que chacun paye le tribut à l'humaine nature. C'était pourtant une précieuse nature, celle qui sacrifiait des intérêts matériels à des convictions. Cauchy a toujours persisté dans les mêmes opinions politiques et religieuses. Luttant déjà avec les affres de la mort, comme il voulait entretenir le curé de Sceaux d'une nouvelle œuvre de charité, le vénérable ecclésiastique l'engageait à prendre du repos ; à quoi le moribond répondit : *Les hommes passent, les œuvres restent*. Telles furent ses dernières paroles. Lorsque la vie est remplie d'œuvres vertueuses, d'œuvres glorieuses, les hommes ne passent pas entièrement. Cauchy est un élu qui pouvait dire en tout sens : *Non omnis moriar*.

Abel nous apprend qu'il a puisé toutes ses connaissances mathématiques dans les écrits de Cauchy : un tel aveu est le meilleur des panégyriques.

Puisse-t-on nous donner par ordre de matières la liste complète des OEuvres et Mémoires du Gauss français, et, en substance, les principaux résultats, les formules fondamentales, le tout accompagné d'un indispensable vocabulaire. Nous aurions ainsi l'inventaire des plus précieuses richesses mathématiques du sol français.

On dit que la famille a confié les papiers de l'illustre défunt à M. l'abbé Jullien, si digne d'une aussi noble mission, qui sera accomplie avec conscience et intelligence.

BIBLIOGRAPHIE.

RÉDUCTION DES FRACTIONS ORDINAIRES EN FRACTIONS DÉCIMALES par un procédé nouveau, et nouvelles propriétés des périodes; par M. *Auguste Bouché*, professeur à Angers.

Cette intéressante brochure montre que les sujets en apparence les plus épuisés présentent souvent quelque chose de nouveau à celui qui les étudie à fond.

Dans la première partie, l'auteur fait voir comment on peut calculer les chiffres de la période par un procédé plus facile que celui de la division ordinaire; voici le principe dont il fait usage :

Soit une fraction ordinaire de la forme $\frac{1}{N}$, où l'on a calculé k chiffres décimaux par le procédé connu; le quotient et le reste seront $\frac{x}{10^k}$ et $\frac{y}{10^k}$, ce qui donne

$$1 = N \cdot \frac{x}{10^k} + \frac{y}{10^k},$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{N} = \frac{\frac{x}{10^k}}{1 - \frac{y}{10^k}},$$

c'est-à-dire que la fraction $\frac{1}{N}$ est équivalente à la somme des termes d'une progression géométrique dont le premier terme est $\frac{x}{10^k}$, et la raison $\frac{y}{10^k}$.

L'auteur emploie cette propriété pour calculer autant de chiffres qu'on veut de la fraction périodique.

Dans la seconde partie, l'auteur établit sur l'ordre que suivent les chiffres des périodes simples et mixtes, plusieurs théorèmes ingénieux dont il faut voir le développement dans sa brochure même. Il est guidé au milieu de ses calculs par le procédé qu'il a déjà fait connaître dans une autre brochure intitulée *Nouvelle preuve des opérations de l'Arithmétique* (voir t. II, p. 140), et il insiste de nouveau sur la nécessité de vérifier les calculs en même temps qu'on les effectue. HOUSEL.

ODE

A MONSIEUR LE GENDRE,

Étudiant en mathématiques au collège Mazarin,

À l'occasion de sa thèse, soutenue en présence de l'Académie royale des Sciences, qui en avait accepté la dédicace.

. Sunt hic etiam sua præmia laudi.
(VIRGILE.)

Nous croyons faire plaisir en réimprimant cette pièce très-rare. En 1770, l'Académie a honoré un intelligent écolier, pourquoi en 1857 retient-elle l'éloge dû à l'illustre géomètre?

Qu'aux pieds de la grandeur une Muse vénale
Dépose son hommage et brûle son encens :
Je brave dans ses dons la fortune inégale,
Je chante les talents.

J'applaudis ton élève, ô sublime Uranie ;
Viens placer sur son front la couronne des arts :
Sans titres fastueux, il ne doit qu'au génie
L'honneur de tes regards.

Si ta Cour en ces lieux avec toi le contemple ,
Ce n'est pas pour sourire à l'orgueil d'un Crésus ;
Tes Ministres sacrés ne quittent point ton Temple
Pour l'Autel de Plutus.

Ces hommes courageux , nés pour régir le monde ,
Voudroient perpétuer l'amour de leurs travaux ;
Enfanter tout à coup une race féconde
De successeurs nouveaux.

Toi , leur fils adoptif , que ce projet enflamme ,
Renonce pour jamais à la frivolité :
La retraite et l'étude élèveront ton âme
Jusqu'à la vérité.

Pour soutenir tes pas dans un sentier pénible ,
De tes guides hardis observe les efforts ;
De l'émulation vois l'ardeur invincible
Déployer ses ressorts.

Loin des cris insultants de l'altière ignorance ,
Ces Sages réunis au Palais de nos Rois ,
Méditent à l'envi , dans la paix du silence ,
La Nature et ses lois.

L'un , armé du compas , de l'art profond d'Euclide
Veut étendre l'empire et reculer les bords :
D'une courbe nouvelle à son calcul rapide
Il soumet les rapports.

L'autre , à l'aide du prisme , éclairant l'analyse ,
De son œil étonné corrige les erreurs :
De l'écharpe d'Iris , il assemble ou divise
Les riantes couleurs.

Celui-ci s'élançant vers la céleste voûte
Mesure ce foyer qui nous verse le jour ;
Ou d'un astre effrayant fait découvrir la route
Et fixer le retour.

Plus humble dans son vol, sans être moins utile ,
Celui-là de la terre ouvre les fondements ;
Et sa main tour à tour de l'or et de l'argile
Pèse les éléments.

Chacun sur les objets dont le charme l'entraîne ,
Ne cesse d'appliquer ses avides esprits :
D'un procédé savant on retrouve la chaîne
Dans de mâles écrits.

A l'aspect de ce corps dont la France s'honore ,
Je vois fuir à grands pas les préjugés nombreux ;
Et la raison plus libre a préparé l'aurore
D'un changement heureux.

A mes yeux se présente une liste immortelle.
Quels noms fameux j'ai lus ! d'Alembert et Buffon !...
Et vous, que ce Portique aujourd'hui nous rappelle,
La Caille et Varignon !

Du fond de leur tombeau, j'entends une voix sombre ,
Qui crie à leur disciple : « Ose nous imiter :
» Comme nous, loin du monde, enseveli dans l'ombre,
» Apprends à méditer.

» Sans crainte et sans espoir, pour servir tes semblables ,
» Marche dans le chemin que nous t'avons frayé ;
» Si tu peux t'assurer des amis véritables,
» Tu seras trop payé. »

PAR M. COSSON,
Professeur au collège Mazarin.

Permis d'imprimer, ce 23 juillet 1770,

DE SARTINE.

De l'imprimerie de L.-F. Delatour.

Je dois à l'intérêt que le célèbre académicien M. Bien-aymé porte aux sciences les renseignements suivants puisés aux archives de l'Académie.

La thèse de Le Gendre, ou plutôt les thèses, forment un petit in-4 de 32 pages dont trente cotées et deux de titre ou de dédicace, car il n'existe pas de titre proprement dit.

Il n'y a sur le premier recto que ces mots :

REGIÆ SCIENTIARUM ACADEMIÆ.

Sur le verso : *Has Theses, Deo dante, propugnabit Adrianus M. Le Gendre, Parisinus, Auditor Josephi F.-M. Marie, Lic. Theol. Soc. Sorb. Cens. Reg. et Matheseon professoris.*

Die vigesima-quintâ Julii, ab hora post meridiem tertiâ ad vesperam.

PRÆSENTIBUS, FAVENTIBUS, AUSPICIBUS, *illustrissimis Regiæ scientiarum Academiæ Viris.*

En bas, en gros caractères : *In Mazarinæo, anno M.DCC.LXX.*

Sur la première page cotée 1 se trouve l'inscription suivante, en haut du texte qui commence sur cette même page :

Theses mathematicæ ex Analysis, Geometria et Mechanica excerpta.

Au bas de la dernière page, cotée 30 : *Typis L.-F. Delatour.*

Voilà pour l'extérieur des thèses. Quant à l'intérieur, ce sont bien des *excerpta*. Il n'y a que les énoncés de ce que le candidat démontrera, prouvera, etc. Les lignes sont fort serrées et la matière est abondante : mais c'est seulement matière d'examen. Il ne semble pas qu'il y ait un mot de neuf. C'est sans doute le programme de ce qui a dû être enseigné par un professeur habile à un élève in-

telligent. Il est possible qu'en 1770 un élève ne trouvât pas tous ces matériaux réunis et qu'il lui fallût les chercher dans les volumes où ils étaient dispersés. Mais précisément c'était l'usage du professeur de mathématiques transcendantes d'indiquer tous les Mémoires à consulter, et cela se continua au moins jusque vers 1815, même après les ouvrages de Lacroix.

J'ai parcouru les thèses, et cette lecture m'a si peu intéressé, que je suppose qu'elle n'intéressera guère plus vos lecteurs, à moins toutefois que l'on n'ait un point de comparaison, par exemple le plan des études de ce temps-là, ou bien les ouvrages de l'abbé Marie que je n'ai pas sous la main. Ces thèses n'offrent aucune découverte : l'élève répondra sur les parties des mathématiques pures et de la mécanique, au delà des éléments, puisqu'il commence par les équations du troisième et du quatrième degré et les racines égales, et qu'il présente même du calcul intégral : mais il ne monte pas très-haut. C'était peut-être beaucoup pour le temps. L'élève paraît au fait de toutes les bonnes méthodes de MM. Euler, Lagrange, etc., bien qu'il ne les nomme pas. Cela doit prouver pour le professeur. Il fallait que ce professeur fût tout à fait tourné à l'analyse moderne.

Quant à la présence de l'Académie à ces thèses, rien n'indique que ce fût autre chose qu'une faveur adressée au professeur et nullement à l'élève. Voici ce que j'ai découvert dans les registres de l'Académie.

Du 23 mai 1770. — Rapport de MM. de Lalande et Bailly sur les *Leçons de Mathématiques* de M. l'abbé de La Caille, avec des *Additions* de M. l'abbé Marie, professeur au collège Mazarin. — On le loue de n'avoir pas confondu ses additions dans le texte. On dit que l'Académie connaît ces excellents *Éléments*, et le Rapport finit ainsi : « Nous » croyons que cette nouvelle édition est très-digne d'être

» imprimée comme les précédentes sous le privilège de
» l'Académie. »

Du 13 juin. — « M. l'abbé Marie, successeur de M. l'abbé
» La Caille au collège Mazarin, est entré. Il a présenté un
» exemplaire de sa nouvelle édition des *Leçons de Ma-*
» *thématiques* de M. l'abbé de La Caille. Il a proposé de
» dédier à l'Académie une thèse de mathématiques qu'il
» veut faire soutenir et dont il a lu le projet. Ce qui lui
» a été accordé. »

Du samedi 21 juillet. — « M. l'abbé Marie, professeur
» de mathématiques au collège Mazarin, est entré avec
» M. Le Gendre, son écolier, et ils ont présenté une thèse
» dédiée à l'Académie que ce dernier soutient mercredi.
» L'Académie y assistera et s'assemblera chez M. le
» grand maître à trois heures et demie.

Du 1^{er} août. — « MM. l'abbé Marie et Le Gendre
» sont entrés et ont remercié l'Académie de ce qu'elle
» a bien voulu assister à la thèse soutenue par ce der-
» nier. »

Pas un mot d'approbation pour l'écolier. Cependant on doit conclure qu'il avait bien défendu sa thèse, ou plutôt son exercice du mercredi soir 25 juillet, puisqu'il venait remercier le mercredi 1^{er} août.

Je conjecture que tout l'intérêt de la chose venait de la grande jeunesse de l'auteur; car Le Gendre, né en 1752, n'avait alors que dix-huit ans.

Note du Rédacteur. Le mot *Parisinus* indique que Le Gendre était Parisien. Lors de son élection à l'Académie en 1783, les registres portent qu'il est né à Paris, indication qui sans doute était dictée par lui-même. Il est né le 18 septembre 1752 et mort à Auteuil, où il est enterré, le 9 janvier 1833. On ignore d'après quels renseignements la *Biographie universelle Michaud* assigne Toulouse pour lieu de naissance.

Depuis 1792, pour faire disparaître une apparence féodale, on a écrit *Legendre*. Aujourd'hui la direction est inverse : *Tempora mutantur et nomina in illis*.

BIBLIOGRAPHIE.

COURS D'ANALYSE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, par M. Sturm, membre de l'Institut ; publié d'après le vœu de l'auteur par M. E. Prouhet, professeur de Mathématiques. Tome I^{er}. Paris, 1857 ; in-8 de xvi-409 pages. Prix des 2 volumes : 12 francs. (Chez Mallet-Bachelier, libraire.)

Il n'y a guère plus d'un an que Sturm a été enlevé aux sciences dans la maturité de l'âge et dans la force de son génie. Aux regrets universels que cette perte si grande et si inattendue a excités, se joignait la crainte que des Mémoires manuscrits, des recherches ébauchées, fussent égarés ou oubliés. Heureusement une sœur dévouée a conservé avec soin des fragments précieux, et un éminent géomètre, M. Liouville, a promis de les faire connaître aux savants. Sturm s'occupait à la fin de sa vie de mettre une dernière main aux feuilles de ses cours de l'École Polytechnique qu'il se proposait de publier ; ces feuilles, rédigées par les élèves les plus distingués, reproduisent fidèlement la méthode et les démonstrations du maître, mais elles laissent subsister des répétitions inévitables dans l'enseignement oral, des négligences de rédaction, des inexactitudes de calcul, etc. ; l'impression n'en était possible qu'après une révision sévère, des corrections nombreuses, des vérifications de formules, des additions pour suppléer aux lacunes. M. Prouhet, dont les travaux

comme géomètre sont bien connus, n'a pas hésité à accepter la tâche pénible d'une publication qui exigeait autant de patience que de sagacité : le premier volume, que nous avons sous les yeux et qui renferme le calcul différentiel et une partie du calcul intégral, nous prouve qu'il l'a remplie avec un plein succès.

Le programme de l'enseignement du calcul infinitésimal est resté à peu près invariable à l'École Polytechnique depuis un demi-siècle. Les questions qu'il renferme constituent un cours élémentaire distribué dans un ordre logique; les géomètres d'un mérite supérieur qui l'ont successivement professé, ont contribué d'une manière sensible au perfectionnement des méthodes d'exposition de cette branche de l'analyse. Sturm, qui a enrichi la science de découvertes immortelles, a voulu aussi la servir en léguant à ceux qui cultivent les mathématiques le fruit de son expérience, acquise pendant un professorat de plus de vingt années. Ajoutons qu'il avait, par une rare exception, toutes les qualités nécessaires pour écrire avec perfection un ouvrage didactique, qualités que ne possèdent pas toujours les esprits originaux et inventifs. Il apportait à ses leçons le zèle le plus consciencieux, préparant avec soin ses démonstrations, l'ordre de ses calculs et s'efforçant à rendre lumineux les points difficiles. Penseur profond, il avait au plus haut degré la faculté de creuser un sujet et de l'envisager sous toutes ses faces; aussi arrivait-il presque toujours à des démonstrations brèves, élégantes, non surchargées de calculs, frappantes d'évidence.

S'il est vrai, comme le rappelle M. Prouhet dans l'intéressante Notice qui sert d'introduction à l'ouvrage, que les auditeurs écoutaient la parole du maître avec le respect que le génie inspire, il faut ajouter qu'ils profitaient autant en étudiant les feuilles incomplètes conservées à

l'École, et dont ils admireraient la clarté et la simplicité. Sturm n'a pas voulu parer ou déparer son ouvrage par des considérations philosophiques vagues et prétentieuses ou par des aperçus métaphysiques qui simulent la profondeur et ne portent que les ténèbres. Il se contente d'établir avec concision, netteté et sans équivoque les notions saisissables par les esprits bien faits et à fixer le sens précis des vérités fondamentales. Dans son exposition, il adopte la méthode des limites, que quelques exemples bien choisis rendent lumineuse. La différentiation des fonctions à plusieurs variables rappelle quelques formes des feuilles d'Ampère. Les leçons sur les séries, sur le développement des fonctions, sur la courbure des lignes, présentent dans un cadre resserré un ensemble aussi complet que substantiel. Deux leçons élégantes sur les expressions imaginaires renferment tout ce qu'il est utile de savoir sur cet important sujet. Rien n'est omis. Les difficultés qui ont été un sujet de discussion entre Euler et d'Alembert, relativement aux logarithmes des quantités négatives, sont résolues de la manière la plus simple; enfin des considérations très-fines montrent la légitimité de l'induction, lorsqu'on passe des relations entre des quantités réelles aux mêmes relations entre des imaginaires.

Le livre de Sturm porte partout le cachet de son esprit profond, rigoureux et original. Il restera dans l'enseignement comme un guide excellent pour tous ceux qui voudront être initiés le mieux et le plus vite possible à la connaissance de l'analyse infinitésimale. En le parcourant, nous nous sommes souvent demandé si le moment n'était pas venu d'introduire dans les éléments la méthode et la notation différentielle dans ce qu'elles ont de plus simple. Par ce moyen, on supprimerait une foule de procédés indirects, particuliers et souvent difficiles, dont on fait usage pour les questions des maxima,

des tangentes, des quadratures, questions non-seulement indispensables dans l'étude de l'algèbre, de la physique, de la mécanique, mais aussi dans les applications pratiques dont on s'occupe beaucoup aujourd'hui (*).

Les professeurs, tous ceux qui cultivent et qui aiment les mathématiques sauront gré à M. Prouhet des soins qu'il s'est donnés pour éditer les œuvres classiques d'un des géomètres les plus originaux de notre époque. Les amis de Sturm seront à jamais reconnaissants à ce savant de son dévouement pour la mémoire d'un homme dont le nom durera autant que l'algèbre. BRASSINE.

FRACTIONS CONTINUES.

On dit qu'on trouve déjà l'emploi des fractions continues dans l'ouvrage suivant, antérieur à Brounker :

CATALDI (P.-A) : *Trattato del modo brevissimo di trovare la radice quadra dei numeri*. Bologna, 1613.

C'est à vérifier.

PROBLÈME D'ANALYSE INDÉTERMINÉE DE DIOPHANTE

(voir BULLETIN, tome III, page 23),

PAR M. LEBESGUE

La solution de Diophante est incomplète; cela vient de ce qu'il raisonne uniquement sur des nombres entiers,

(*) Ces vœux de mon savant collègue, emis il y a plus d'un siècle par d'Alembert, sont restés et resteront encore des siècles des *pia desideria*. Il ne faut pas que la science devienne trop facile. C'est l'opinion de bien des gens. Tm.

tañdis qu'il aurait fallu raisonner sur des nombres rationnels entiers ou fractionnaires.

S'il y a x mesures à 8 dragmes, y mesures à 5 dragmes, les équations du problème sont

$$8x + 5y = z^2, \quad x + y = \sqrt{z^2 + 60} = v,$$

x, y, z, v étant des nombres rationnels *positifs*.

Il faut donc avoir

$$z^2 + 60 = v^2,$$

de là

$$3x = v^2 - 60 - 5v,$$

$$3y = 8v - (v^2 - 60).$$

Ces équations montrent que l'on a

$$8 > v - \frac{60}{v} > 5.$$

L'équation

$$z^2 + 60 = v^2$$

donne, en posant

$$v + z = 2u,$$

d'où

$$v - z = \frac{60}{2u},$$

$$v = u + \frac{15}{u}, \quad z = u - \frac{15}{u};$$

il faut donc avoir u positif $> \sqrt{15}$.

y devient nul pour

$$v = 2(2 + \sqrt{19})$$

et x le devient pour

$$v = \frac{1}{2}(5 + \sqrt{265}),$$

de sorte que u doit tomber entre

$$\frac{1}{4} [5 + \sqrt{265} + \sqrt{10(5 + \sqrt{265})}]$$

et

$$2 + \sqrt{19} + 2\sqrt{2 + \sqrt{19}},$$

ou encore entre

$$8 + \text{une fraction} \quad \text{et} \quad 11 + \text{une fraction.}$$

Posant

$$u = 9, 10, 11,$$

on a les trois solutions

$$x = \frac{4}{27}, \quad y = \frac{284}{27}, \quad z = \frac{22}{3}, \quad v = \frac{32}{3},$$

$$x = \frac{59}{12}, \quad y = \frac{79}{12}, \quad z = \frac{17}{2}, \quad v = \frac{23}{2},$$

$$x = \frac{1252}{121}, \quad y = \frac{244}{121}, \quad z = \frac{106}{11}, \quad v = \frac{136}{11}$$

(solutions de Diophante).

Toute autre valeur rationnelle de u , entre des limites données, conduira à une solution : il y en a donc une infinité.

Cette solution ne suppose rien qui ne se trouve déjà dans Euclide. Diophante aurait pu donner une solution complète s'il avait vu que la résolution des équations du deuxième degré est dans Euclide. Il s'ensuit que les limites à calculer pour que les solutions soient en nombres positifs pouvaient être déterminées ainsi que je l'ai fait plus haut.

DALRYMPLE (ALEXANDER).

Le Dépôt des cartes, plans et journaux de la marine, à Paris, possède l'ouvrage suivant : *General introduction to the Charts and Memoirs published by Dalrymple. Humanum est errare, Virg. Originally printed in 1772. Second edition. London, by George Bigg; 1786. Grand in-4.*

C'est une collection de huit Mémoires. La pagination recommence pour chaque Mémoire. Tous ces Mémoires, à l'exception du premier, roulent sur la description des côtes de la Chine, d'après des voyages entrepris par divers bâtiments. Ce sont des journaux marins de voyage. Les cartes n'y sont pas.

Le premier Mémoire est : *Essay on nautical surveying by Dalrymple, originally published in 1771. Second edition. London, 1786.*

Essai sur le relèvement nautique, 20 pages et 1 pl. Cette seconde édition est publiée par l'auteur, qui dit avoir fait quelques légers changements. La méthode de relèvement par la théorie des segments capables est expliquée (p. 7) sans aucune citation. On donne une construction géométrique, d'après le R. M. Michell, ami de Dalrymple.

Les Mémoires sur les côtes de la Chine doivent être très-utiles dans les circonstances actuelles.

Sur le dos du livre, on lit : *Nautical Memoirs and Journal Dalrymple. Vol. IV.* C'est probablement le quatrième volume d'une collection de journaux de voyages maritimes.

Le nom de Dalrymple le marin ne se trouve pas dans la *Biographie* Michaud.

BIBLIOGRAPHIE.

ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE conformes aux *Programmes* de l'enseignement scientifique dans les lycées ; par *Ch. Briot*, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis, et *Ch. Vacquant*, professeur adjoint de mathématiques spéciales au Lycée Bonaparte. Application, 2^e et 3^e parties ; Géométrie descriptive et Nivellement, à l'usage des classes de Seconde, de Rhétorique et de Mathématiques spéciales ; de la page 107 à la page 349, pl. III à IX, 91 figures dans le texte. Paris, in-8 ; 1856.

Permettez-moi, mon cher Rédacteur, de signaler le progrès qui se manifeste d'une manière évidente dans l'enseignement élémentaire de la géométrie descriptive.

Que de fois vous m'avez entendu dire et que de fois j'ai écrit : Quand donc commencera-t-on le dessin des projections avec le cinquième livre de la géométrie, et par la *projection cotée*, si simple, si élémentaire, si naturelle ? Eh bien, nous y arrivons. Jugez-en.

C'est en 1823 que le capitaine du génie Noizet publiait, dans le n^o 6 du *Mémorial de l'officier du génie*, son *Mémoire sur la géométrie appliquée au dessin de la fortification*, où se trouve exposée avec toute la clarté désirable la méthode des *plans cotés* que cet officier enseignait avec distinction à l'École d'Application de l'Artillerie et du Génie. Le titre technique de ce Mémoire, la dénomination de *plans cotés*, et surtout la publicité restreinte d'une impression officielle, telles sont les causes du peu d'atten-

tion qu'on a apportée, en dehors du corps du Génie, à cet important travail. Ce n'est même, chose surprenante, que dix ans après, en 1833, et sur les demandes réitérées de l'Ecole de Metz, que les plans cotés sont entrés dans le programme de géométrie descriptive de l'Ecole Polytechnique (*). Où les y trouve-t-on? Dans les applications, avec les ombres, la perspective et la stéréotomie, quand au contraire on aurait dû mettre cette méthode de projection au commencement du cours. Quelle part lui faisait-on? Celle d'une leçon et d'une épure. Et l'épure était tellement insignifiante par elle-même et à cause de sa place reculée, la dix-neuvième dans la série des exercices, que les élèves n'ont jamais eu la moindre considération pour une méthode qu'ils ne pouvaient pas apprécier, faute de la connaître. Les conséquences de cet état de choses, qui a duré vingt ans, se sont étendues plus loin qu'il n'apparaît au premier abord.

En 1837, après plusieurs années d'essais faits à l'Ecole d'artillerie de Metz et aux Cours industriels gratuits de cette ville, je lithographiais la *Représentation des corps solides à l'aide d'un seul plan de projection et de cotes de distance*; production très-imparfaite, improvisée dans des circonstances de service pressantes, dont vous vous souvenez sans doute. Aussi ai-je mis de côté tout amour-propre d'auteur et cédé au seul désir d'être utile, en consentant à laisser cette autographie se répandre. J'espérais faire naître chez quelqu'un de mes honorables collègues de l'enseignement l'idée de reprendre ma voie, et de faire mieux que moi. Soin inutile!

(*) *Programme pour l'année scolaire 1832-1833*, p. 18. « Notions sur la manière de représenter les surfaces par le moyen d'un seul plan de projection. — 19^e épure. Problèmes divers à résoudre au moyen de ce procédé. » Ces problèmes n'allaient pas au delà de la ligne droite et du plan.

En 1849, M. le général Noizet, alors membre du Conseil de Perfectionnement de l'École Polytechnique et d'une Commission chargée de revoir l'enseignement des arts graphiques, me demanda quelques notes où je retrouve les réflexions suivantes : « Il n'y a pas de mesure » qu'on n'ait tentée à l'École Polytechnique pour donner » de l'intérêt au *dessin topographique* ; les programmes » de l'enseignement et les procès-verbaux des conseils en » font foi. Encore aujourd'hui, malgré les améliorations » réelles que le colonel Leblanc y a introduites, ce genre » de dessin, si utile et si attrayant par lui-même, n'est » pour les élèves que l'occasion de quelques exercices » qu'ils abaissent sous la misérable désignation de *topo*, » mot d'argot qu'il est désirable de voir disparaître de » l'École. On ne relèvera le dessin topographique du dis- » crédit où il est, qu'en prenant pour base de son ensei- » gnement la *projection cotée*, à laquelle un nombre » suffisant de leçons serait consacré. Alors seulement les » élèves accorderont à ce travail la considération qu'il » mérite, et le résultat utile de leurs exercices sera dé- » cuplé. Mais surtout que l'on remplace l'insignifiante » épure 19 par quelques autres questions faciles à trou- » ver ! En tout cas, c'est au commencement du cours et » non dans les applications que les plans cotés devraient » être. Je vais plus loin : leur vraie place est dans le » Programme d'admission, etc.

» Mieux que personne, vous reconnaîtrez que le sys- » tème des doubles projections rectangulaires est l'objet » trop exclusif des leçons de géométrie descriptive à l'É- » cole. Son importance est grande sans doute, puisqu'il » est la base du *dessin architectural* et du *dessin des ma- » chines*, et, en général, de la représentation de tout ob- » jet qui a des dimensions plus ou moins considérables » dans le sens horizontal et dans le sens vertical. Mais

» les bâtiments et les machines ne sont pas les seuls tra-
 » vaux d'art que les ingénieurs aient à projeter, repré-
 » senter et exécuter. Il est d'autres objets, tels que les
 » canaux, les routes, les chemins de fer, les fortifications,
 » les formes du terrain, etc., qui, ayant un très-grand
 » développement dans le sens horizontal, sous de très-
 » faibles dimensions dans le sens vertical, ne peuvent
 » plus être représentés par des combinaisons de *plans* et
 » d'*élévations*, mais seulement à l'aide de *plans* sur les-
 » quels le relief est indiqué par des *cotes* convenablement
 » disposées.... »

Il ne fut pas donné à l'auteur de la méthode des plans cotés d'attacher, enfin, à son nom la célébrité qu'il aura un jour en dehors du corps du Génie.

Je ne parle que pour mémoire de ce que j'ai tenté dans les années 1850 et 1851, lorsque je remplaçais le colonel Leblanc appelé au siège de Rome. Je me suis servi des *explications* que j'étais autorisé à donner en commun aux élèves réunis à l'amphithéâtre pour faire apparaître la projection cotée en topographie.

Nous voici en 1852. Tout étant mis en question par la *Commission mixte chargée de la révision des Programmes d'admission aux Ecoles du gouvernement et de l'enseignement scientifique des Lycées*, j'en profitai pour adresser des *Notes* à M. le Président de cette Commission, ainsi qu'à M. le général Noizet et à M. Bommart, alors directeur des études à l'Ecole Polytechnique, l'un et l'autre membres de la Commission. « Je suis natu-
 » rellement conduit, disais-je à M. le Président, à
 » vous parler du *dessin des projections* qui manque dans
 » l'enseignement primaire des sciences, bien que l'expé-
 » rience ait prouvé surabondamment que les ouvriers,
 » hommes intelligents mais peu exercés aux spéculations
 » de l'esprit, y réussissent parfaitement. Pourquoi donc

» les lycées sont-ils en retard sur ce point? Cela tient à
» ce que l'on croit les éléments de la géométrie descriptive
» plus difficiles qu'ils ne le sont réellement, et que l'on
» regarde à tort comme inhérentes à la matière de l'en-
» seignement des difficultés qui ne viennent que de la mé-
» thode que l'on suit. Je voudrais pouvoir dire à mes
» collègues des lycées :

» Placez les premiers éléments du dessin à la règle et
» au compas dans la géométrie des deux dimensions, et
» non dans le dessin des projections.

» Parlez de *projections* dès le cinquième livre de la
» Géométrie, en aidant les élèves par quelques exercices
» sur l'usage du fil à plomb et du niveau d'eau.

» Renoncez à mettre au début les élèves en présence
» de deux plans de projection, c'est-à-dire d'une dualité
» dont la conception entraîne des idées de rabattement et
» de relèvement d'une difficulté réelle, que tous vous avez
» constatée; difficulté encore augmentée par la considé-
» ration des changements de plans dont on a voulu faire
» une méthode au lieu d'un simple artifice graphique,
» connu et pratiqué depuis longtemps, même avant la
» *Géométrie descriptive* de Monge. Commencez plutôt
» par la méthode d'un seul plan de projection et de cotes
» de distance, par la *projection cotée*, avec laquelle les
» élèves parviennent très-promptement à *écrire* leurs
» combinaisons sur la grandeur figurée, à *composer*, en
» un mot, presque avec la rapidité de la pensée....

» Renoncez à faire reproduire aux élèves les épures
» gravées des auteurs et obligez-les de bonne heure à
» travailler sur des programmes individuels, travail qui
» seul peut leur donner de l'initiative, les rendre sûrs
» d'eux-mêmes et les amener finalement à lire facilement
» dans l'espace.

» Cessez de les arrêter à des questions purement abs-

» traites , telles que la distance d'un point à une droite
 » ou à un plan , de la distance de deux droites , de l'angle
 » de deux plans , etc. , questions fondamentales qu'on
 » peut comparer avec raison aux quatre règles de l'Arith-
 » métique , et qu'il suffit de traiter au tableau avec de la
 » craie ou sur le papier avec le crayon . Qu'on leur de-
 » mande plutôt d'imaginer une forme , un solide défini ,
 » une pyramide , je suppose , de la représenter et d'exé-
 » cuter sur elle diverses opérations empruntées aux com-
 » binaisons de la ligne droite et du plan : par exemple ,
 » de la tronquer suivant certaines conditions , d'en me-
 » surer les dimensions et d'en calculer le volume , d'en
 » développer la surface et de construire l'angle qui me-
 » sure l'inclinaison de deux faces adjacentes , etc . A ce
 » propos , on leur expliquerait sommairement la possi-
 » bilité d'exécuter , avec les résultats ainsi obtenus , le
 » solide qu'ils ont imaginé et représenté , de l'exécuter en
 » papier d'abord , puis en matière solide (plâtre , cire ,
 » terre glaise , etc .) .

» Signalez enfin aux élèves le triple objet de la géo-
 » métrie descriptive , qui est de concevoir une forme
 » géométrique , de la représenter d'après les procédés du
 » dessin des projections et d'en déduire les éléments né-
 » cessaires pour son exécution en relief ; réciproque-
 » ment , de mesurer un solide donné , de le lever , selon
 » l'expression consacrée par la pratique , pour pouvoir
 » le rendre intelligible par tous et exécutable en relief
 » à une échelle quelconque .

» Suivez cette voie déjà éclairée par l'expérience , et
 » vous serez surpris de la promptitude avec laquelle les
 » élèves acquerront des notions exactes de situation ,
 » de forme , de dimensions , de symétrie , de régula-
 » rité , etc . ; vous les verrez passer avec une étonnante
 » facilité de la projection cotée aux doubles projections

» rectangulaires, à la projection oblique et parallèle,
 » à la projection concourante, etc.; vous les trouverez
 » enfin parfaitement préparés pour les applications les
 » plus importantes de la géométrie descriptive, qui sont
 » les *levés de terrains, de bâtiments et de machines,*
 » but final de l'enseignement primaire de la géométrie
 » descriptive. »

En définitive, qu'est-il sorti des travaux de la Commission mixte de 1852? Vous le trouverez, mon cher Rédacteur, dans le *Plan d'études des Lycées* de 1853, sous la forme d'un Programme découpé, discontinu, sans méthode apparente, ainsi que le montrent, pour ne citer qu'un exemple, les fragments de projection cotée qui sont placés sans ordre à la suite du nivellement. Mais la conséquence la plus fâcheuse de ce plan d'études, quant à ce qui regarde l'enseignement de la géométrie descriptive et des travaux graphiques, c'est la suppression de la géométrie descriptive sur le programme des mathématiques élémentaires. Cette suppression est l'objet d'un regret général.

Toutefois on peut, on doit même, en s'arrêtant au fait de l'apparition des plans cotés, considérer les nouveaux Programmes comme un acheminement vers la meilleure méthode d'enseignement du dessin des projections. La tentative récente de MM. Briot et Vacquant en fournit une preuve. Ces deux habiles professeurs ont fait, conformément aux *Programmes de l'enseignement scientifique dans les lycées*, tout ce qu'il était possible de faire. Reproduire leur table des matières, serait donner lieu à de nombreuses observations de détail qui ne sauraient trouver place ici. En résumé, voici où en est à Paris, à la fin de l'année 1856, l'enseignement élémentaire de la géométrie descriptive.

L'*Université* a donné entrée aux *plans cotés* dans ses

programmes, programmes dont le livre de MM. Briot et Vacquant est l'expression fidèle.

A l'*École Polytechnique*, la projection cotée, réunie aux diverses méthodes de représentation de l'étendue figurée, est reportée dans les premières leçons de géométrie descriptive.

On la trouve placée dans les mêmes conditions sur le programme du cours de géométrie descriptive du *Conservatoire des Arts et Métiers*; bien plus, on la retrouve sur celui du cours de géométrie appliquée du même établissement, sans doute pour y être traitée d'un autre point de vue.

A l'*École municipale de Dessin de la ville de Paris*, le professeur de géométrie descriptive traite aussi les plans cotés, mais, ainsi que MM. Briot et Vacquant, après une exposition complète de la méthode des projections rectangulaires et des applications qui s'y rattachent.

C'est-à-dire que partout, aujourd'hui, on enseigne la projection cotée, mais pas encore à sa vraie place et avec le développement qui lui convient. Voilà où nous en sommes sur ce point, après un tiers de siècle. Patience! mon cher Rédacteur, le dernier pas sera fait bientôt. En attendant, rendez-moi la justice de reconnaître que j'ai prêché d'exemple, en paroles et en action.

L'année dernière, après Pâques, j'ai remplacé M. Ch. Dupin au Conservatoire des Arts et Métiers. Huit leçons seulement étaient disponibles; il fallut donc choisir un sujet; on choisit l'art de lever un terrain, qui pût, tout en se rattachant au titre du cours de géométrie appliquée, être resserré dans ce cadre étroit. Mais plus tard, par suite de la prolongation imprévue d'un mois de l'ensemble des cours du Conservatoire, cette matière dut être étendue pour quatorze leçons. Cet incident rompit toute l'économie de mon court enseignement, et m'empêcha, dans l'im-

possibilité où j'étais de revenir sur mes pas, de consacrer à la projection cotée quelques leçons qui auraient été parfaitement placées là. Si ma santé m'avait permis de rester à ce poste utile, je me serais appliqué à combler cette lacune.

J'ajouterai, en terminant, qu'ayant été appelé à l'Ecole Normale supérieure pendant les années 1853 et 1854 pour diriger les exercices de levés de terrain et de nivellement, j'ai eu l'occasion de voir l'état des travaux graphiques à cette école, et de concevoir la pensée d'être chargé de cette direction, bien autrement importante à mes yeux. J'ai même fait quelques démarches à ce sujet, bien convaincu que c'était là qu'il importait, avant tout, de faire connaître et pratiquer la projection cotée.

Note du Rédacteur.

I^e Partie (classe de Troisième). Contient le levé des plans; mètre, graphomètre, équerre, planchette, arpentage, boussole, triangulation.

II^e Partie (classe de Seconde). Méthode des projections orthogonales; polyèdres, cylindres; plan, élévation et coupe de bâtiments.

III^e Partie (Rhétorique). Nivellement, courbes de niveau; *plan coté*; problème sur les cotes; lignes de faite; thalwegs, etc.

Appendice (Mathématiques spéciales). Niveau à bulle d'air, vérification des instruments; niveau d'Egault.

Voilà ce que l'on enseigne dans les lycées. Que reste-t-il à apprendre dans les écoles dites d'*application*? L'ouvrage commence par 1^{re} et 2^e *Leçons*. Nous maintenons qu'il faut dire 1^{re} et 2^e *Leçon* au singulier. Dirait-on 1^{er} et 2^e *chevaux*? La méthode des plans cotés est à la page 185; elle devrait se trouver à la page 1. C'est l'opinion du savant géomètre graphiste, chef des travaux graphiques à l'Ecole Polytechnique; opinion à laquelle nous

adhérons complètement. Si un plan suffit, pourquoi de prime abord en prendre deux? Il y a déjà un tiers de siècle que M. Noizet a montré avec une clarté extrême qu'un seul plan suffit à la solution de toute espèce de problèmes dans l'espace. D'ailleurs, dans les services publics, on emploie beaucoup plus de plans cotés que d'autres, et c'est pour les services publics que la géométrie descriptive a été créée; c'est là qu'elle obtient ses principales applications. M. Bardin est surpris de la lenteur qu'on met à l'adoption de la méthode Noizet. Le contraire serait plus surprenant. Le calcul infinitésimal, proposé par d'Alembert il y a plus d'un siècle, est-il adopté? Principe général: Le temps exigé pour l'admission d'une idée dans le courant de l'enseignement est toujours en raison inverse de la quantité de bon sens que renferme cette idée. C'est même un fait d'expérience: plus une proposition s'éloigne du sens commun, pourvu qu'elle soit entourée d'un clinquant profondément inintelligible, plus elle a de chances de succès, d'être acclamée avec enthousiasme par la foule. C'est ce que nous apprend un des plus abstraits penseurs de l'antiquité païenne et des plus grands poètes de l'antiquité romaine :

*Omnia enim stolidi magis admirantur amantque
Inversis quæ sub verbis latitantia cernunt
Veraque constituunt quæ belle tangere possunt
Aures et lepido quæ sunt fucata sonore.*

(*De Rerum natura*, lib. I, v. 642.)

Un poète français ajoute que ces *stolidi* sont partout en majorité (*).

(*) Pourquoi Lucrèce est-il exclu de l'enseignement? Ce poète fait pourtant partie de l'édition des *Variorum* publiée par l'ordre de Louis XIV à l'usage du Dauphin. Le système atomistique est même aujourd'hui la base de toutes les sciences. Gassendi, prêtre philosophe, enseignait ce système au Collège de France et avait entrepris une traduction de Lucrèce.

NOTE

Sur la correspondance scientifique de Jean Bernoulli ;

PAR M. PROUHET.

Longtemps après l'apparition des journaux scientifiques, vers le milieu du xvii^e siècle, les savants ont continué à se communiquer par lettres leurs découvertes. Pour donner une idée de l'activité qui régnait dans ce commerce épistolaire, je citerai l'annonce suivante que je trouve sur la couverture du V^e cahier (1796) du journal d'Hindenburg (*Archiv der reinen und angewandten mathematik*).

« *Annonce relative à diverses correspondances de Jean Bernoulli avec*

| | Lettres. |
|--|----------|
| 1. Bilfinger (1720-25), en latin | 60 |
| 2. Burnet (fils de l'évêque) (1708-14), en fr. | 32 |
| 3. Cramer (1727-33), en français | 26 |
| 4. De Crouzaz (1712-24), en français | 42 |
| 5. L. Euler (1729-42), en latin | 24 |
| 6. De Fontenelle (1720-30), en français | 19 |
| 7. Hermann (1702-27), en latin | 80 |
| 8. Marquis de l'Hôpital (1694-1701) en fr. | 85 |
| 9. De Mairan (1723-40) en fr. Environ | 112 |
| 10. Michelotti (1714-25), partie en latin et partie en français | 108 |
| 11. Moivre (1704-14), en français | 19 |
| 12. De Montmort (1704-19), en français | 41 |
| 13. De Maupertuis (1730-46) en fr. Environ | 100 |
| 14. Renau (1713-14), en français (en partie déjà imprimées) | 8 |
| | 756 |

| | | |
|-----|--|------------|
| | Report | 756 |
| 13. | Jean et J.-Jacques Scheuchzer (1706-36), en latin et en français | 480 |
| | (Celles-ci sont moins scientifiques que les autres.) | |
| 16. | Varignon (*) (1692-1722), en français . . . | 246 |
| 17. | Wolf (1706-43), en latin | 97 |
| 18. | En outre plus de 120 lettres adressées en grande partie à des savants ou émanées d'eux | 120 |
| | | <hr/> 1699 |

» En même temps sa correspondance avec Bousquet au sujet de l'édition des œuvres complètes de Jean Bernoulli; enfin divers écrits académiques (*feyerlichen reden*) non encore imprimés et qui contiennent des sujets dignes d'être lus. La plupart de ces lettres sont accompagnées des réponses de Bernoulli, dont la majeure partie a une certaine étendue et va au fond des choses (*lang und grundlich*).

» Si l'on trouvait un éditeur disposé à publier cette précieuse et intéressante collection d'un des plus grands hommes en son genre, on la céderait à des conditions raisonnables. Le titre pourrait être : *Lettres relatives à l'histoire des sciences mathématiques*. »

Il paraît qu'aucun éditeur n'a voulu entreprendre la publication de cette collection dont le possesseur ne se nomme pas et dont il n'est pas question dans le corps du journal. Cette annonce doit être fort peu connue, puisqu'elle se trouve sur une couverture qu'on enlève ordinairement quand on fait relier l'ouvrage, à moins qu'on ne soit un bibliophile zélé et désireux de ne rien perdre.

(*) Varignon légua tous ses papiers à Fontenelle, qui annonce dans l'éloge de son ami (*Histoire de l'Académie*, 1722, p. 146) la publication prochaine de sa *Mécanique* et de sa *Correspondance*; mais la *Mécanique* seule a paru.

Parmi toutes ces lettres, il n'y en a qu'une douzaine, écrites par Bernoulli à Euler, qui aient été publiées. On les trouve dans la *Correspondance physique et mathématique de quelques géomètres célèbres du XVIII^e siècle*, recueillie par P.-H. Fuss. Saint-Pétersbourg, 1843. Les lettres d'Euler à Bernoulli manquent dans cet ouvrage et devaient se trouver dans la collection citée plus haut.

La correspondance de Bernoulli et de Leibnitz, qui n'est pas comprise dans la liste ci-dessus, se compose de 275 lettres et a déjà été publiée deux fois :

1^o. Sous ce titre : *Virorum celeberrimorum Got.-Gul. Leibnitii et Johan. Bernoullii Commerciium philosophicum et mathematicum*. Lausannæ et Genevæ, 1745. 2 vol. in-4^o.

2^o. Dans les *Leibnizens mathematische Schriften*, herausgegeben von Gerhardt. Band III, pages 111-974. Halle, 1855-1856 ; in-8.

Cette dernière publication est la plus complète, car elle renferme environ 50 lettres inédites et de nombreux passages que les premiers éditeurs avaient supprimés par un sentiment de convenance et probablement sur la recommandation expresse de Bernoulli. Les passages rétablis dans la nouvelle édition n'intéressent guère la science elle-même, mais ils font connaître de plus en plus l'esprit caustique et le caractère ombrageux de Jean Bernoulli. Les citations suivantes en donneront une idée (*).

Bernoulli loue ce bon Varignon, qui généralisait si bien ses théorèmes et ceux de Leibnitz, mais ce n'est pas sans lancer quelque sanglante épigramme contre le peuple français.

« Laudo hujus viri raram modestiam ; [non certe Gallum diceres, adeo alienus est a nationis ingenita fero-

(*) Bernoulli avait conscience de son immense supériorité et avait le tort de s'en exprimer trop ouvertement et d'une manière blessante. Tm.

citare et fastu : odit ipse vanitatem suorum popularium , qui superciliose super extraneos se attollunt , nostra contra invidios strenue defendit (*)]. » (Page 481.)

Les Italiens sont moins fiers , à ce qu'il paraît , mais ils s'abusent sur l'originalité de leurs inventions.

« Remitto , ut jubes , epistolam Dⁿⁱ Zandrini. Ex ea video , ut et Riccatum [aliosque quosdam Italos velle agere simias nostras , non tamen agnoscere nisi] nostra tantum imitari. » (Page 946.)

Quant aux Anglais , Bernoulli les déteste cordialement et ne laisse échapper aucune occasion de leur dire quelque bonne vérité.

« [Hi non disputant ut veritatem tueantur , sed quia de nationis gloria agi putant , quando vident magistrum suum , in cujus verbi jurarunt , in discrimine causæ sive bonæ , sive malæ (hoc non attendunt) versari]. » (Page 966.)

Bernoulli ne dédaigne pas le jeu de mots , quand il s'agit de dire une méchanceté.

« Vidi Muysi Elementa Physices et perlustravi : [tumidus est titulus et multa promittens , sed de quo vere dici potest : Parturiunt montes , nascetur ridiculus mus. Cujus itaque nomen et omen habet auctor]. » (Page 892.)

De plus tristes pages sont celles où la haine de Jean Bernoulli se répand en amères récriminations contre son frère. La passion l'entraîne alors dans des exagérations incroyables. Ainsi il assure hardiment (*audacter*) que sans lui son frère Jacques n'aurait peut-être pas dépassé les éléments.

« [Nam licet explicatorem sex priorum Elementorum Euclideanorum jam ante decennium habuerim fratrem *vel potius instigatorem* , audacter asseverare possum illum forsitan absque meo adminiculo communis geometriæ po-

(*) Les passages renfermes entre crochets [] sont remplacés par des points dans l'ancienne édition.

mæria nunquam prætergressum fuisse.] » (Page 163.)

Néanmoins Bernoulli n'oublie pas les égards que l'on doit à un frère aîné.

« [Hæc tibi dico saltem ut videas illum nullam me persequendi rationem habere. Quod quidem publice ostendere deberam, sed *fraternitatis leges melius observo et primogenituræ aliquid defero.*] » (Page 163.)

Il est à regretter que M. Gerhardt n'ait pas distingué par un signe typographique les additions faites à l'ancien texte, ce qui aurait permis d'apprécier d'un coup d'œil le nombre et la valeur des documents nouveaux dont sa publication enrichit l'histoire scientifique. Il aurait dû, ce me semble, conserver les sommaires et la table des matières de l'ancienne édition, appendices sans lesquels toute recherche est impossible. Malgré ces critiques, qui ne portent que sur la forme, nous recommandons à tous les amis des sciences l'utile entreprise de MM. Gerhardt et H. Pertz. Peut-être faut-il attribuer au peu d'encouragement qu'ont reçu les éditeurs la lenteur avec laquelle marche la publication des OEuvres complètes de Leibnitz, qui, commencée en 1842, n'est pas encore terminée en 1857. L'honneur de notre époque, et particulièrement de deux nations, est intéressé à ce qu'un pareil monument ne reste pas inachevé.

Note du Rédacteur. Il est à remarquer que les hommes les plus occupés, qui ont publié les ouvrages les plus nombreux, les plus volumineux, sont aussi ceux qui se sont montrés les correspondants les plus actifs, répondant toujours aux lettres qu'on leur écrivait sur des points scientifiques ou littéraires. Il suffit de citer Leibnitz et Voltaire. Le *manque de temps* est un prétexte banal, le plus souvent mensonger, servant de manteau soit à la paresse, soit à un orgueil ridicule, apanage ordinaire de la médiocrité.

BIBLIOGRAPHIE.

TAFELN DER QUADRAT UND KUBIK-ZAHLEN ALLER NATURLICHEN ZAHLEN BIS HUNDERT TAUSEND, nebst ihrer anwendung auf die zerlegung grosser Zahlen in ihre faktoren nach einer neuen methode berechnet; von D^r *Jacob Philipp Kulik*. — Tables des carrés et des cubes de tous les nombres naturels jusqu'à 100 000, avec l'application à la décomposition des grands nombres en facteurs, calculées par une nouvelle méthode; par *Jacques-Philippe Kulik*, professeur ordinaire de mathématiques à l'université de Prague. Leipzig, 1848; in-8 de VII-460 pages. Prix : 3 florins.

Chaque page contient 250 nombres avec leurs carrés et leurs cubes, distribués en cinq progressions arithmétiques de 50 nombres consécutifs chacune. Nous donnons pour exemple l'en-tête et les trois premières lignes de la page 56.

| N | 15 | | 115 | | 215 | | 315 | | 415 | |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | N ² | N ³ | N ² | N ³ | N ² | N ³ | T ² | N ³ | N ² | N ³ |
| | 1 | 2 | 12 | 14 | | | | | | |
| 50 | 82 2500 | 4603 5000 | 882 | 6213537 | | | | | | |
| 51 | 82 5201 | 6584 6551 | 84 | 252187 | | | | | | |
| 52 | 82 7904 | 7132 6203 | 86 | 290844 | | | | | | |
| .. | | | | | | | | | | |
| .. | | | | | | | | | | |
| .. | | | | | | | | | | |
| 99 | | | | | | | | | | |

| | | |
|------------------------------|---------------------------|--------|
| 1 ^{re} progression. | 1350, 1351, 1352, . . . , | 1399, |
| 2 ^e " " | 11350, 11351, . . . , | 11399, |
| 3 ^e " " | 21350, 21351, . . . , | 21399, |
| 4 ^e " " | 31350, 31351, . . . , | 31399, |
| 5 ^e " " | 41350, 41351, . . . , | 41399. |

N désigne la colonne des nombres, N² la colonne des carrés et N³ celle des cubes; le carré de 1350 est 1822500 et le chiffre 1 est le premier chiffre à droite de tous les nombres de cette colonne; ainsi

$$(1351)^2 = 1825201, \quad (1352)^2 = 1827904.$$

Il en est de même pour les chiffres 2, 12, 14. Les chiffres séparés 2500 terminent tous les carrés de cette ligne; de même pour les cubes.

Ainsi

$$(11350)^2 = 128822500,$$

$$(11351)^2 = 128845201,$$

$$(11352)^2 = 128867904,$$

$$(1350)^3 = 2460375000,$$

$$(11350)^3 = 1462135375000,$$

$$(11351)^3 = 1462521876551.$$

L'auteur nomme *tête* les chiffres que les nombres dans la même progression ont en commun à gauche : ainsi les nombres 1, 2, 12, 14 sont des *têtes*; et il nomme *piéd* les chiffres à droite qui ont en commun les nombres de la progression dont la raison est 10000 : ainsi 2500, 5201, 7904, 5000, 6551, etc., sont des *piéds*. Les chiffres du milieu sont le *corps* : ainsi 82, 46037, 882, etc., sont des *corps*. Il arrive quelquefois que dans une progression par unités, la tête doit être augmentée de 1; un astérisque * indique cette augmentation. Très-rarement cette augmen-

tation monte à 2, et c'est un trait | qui indique cette augmentation. La page suivante, 57, contient les progressions commençant par 513, 613, 713, 813, 913, et doit être regardée comme ne formant qu'une seule page avec la précédente. On voit comment, par ce procédé ingénieux, on a pu inscrire cent mille nombres avec leurs carrés et leurs cubes sur 400 pages in-8 renfermant un million et demi de chiffres.

M. Caillet a eu la même idée en 1848 (*Nouvelles Annales*, t. XIII, p. 425).

Il est évident qu'on peut, au moyen de cette Table, trouver les carrés et les cubes des nombres renfermés dans la formule $a \cdot 10^n + b$, pourvu que a et b aient moins de six chiffres; mais il faut faire le produit $2ab$ et $3ab(a+b)$; d'ailleurs

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

On voit aussi qu'elle peut servir à extraire les racines carrées et cubiques.

L'ouvrage contient en outre onze Tables auxiliaires; la onzième donne les multiples de π et de $\frac{1}{\pi}$ depuis 1 à 100; avec 30 décimales pour π et avec 12 pour $\frac{1}{\pi}$.

Les dix autres Tables servent à décomposer un grand nombre en deux facteurs, lorsque cela est possible.

La Table II contient la décomposition en deux carrés de tous les nombres premiers de forme $4n+1$ depuis 5 jusqu'à 10529.

On trouve une semblable Table dans le *Journal de Crelle* (t. XXX, p. 174) étendue jusqu'à 11981; mais les nombres 197, 901, 2713, 4913, 6997 y manquent.

Au moyen de cette Table, tout nombre qui est le pro-

duit de nombres premiers de forme $4n + 1$ peut être décomposé en somme et en différence de deux carrés par les théorèmes connus, pourvu que ces facteurs soient contenus dans cette Table.

La Table III donne les nombres impairs de 7 à 12097 qui sont la différence de deux cubes : $N = x^3 - y^3$.

La Table IV donne les nombres compris entre 9 et 18907 qui sont la somme de deux cubes. $N = x^3 + y^3$, avec les valeurs de x et de y .

Tous les carrés possibles n'ont que 1044 terminaisons, en prenant pour terminaison les quatre premiers chiffres à droite.

La Table X donne toutes ces terminaisons avec le plus petit carré correspondant. *Exemple :*

| Terminaisons. | Carres. |
|---------------|------------|
| 0001 | 11249 0001 |
| 0004 | 22498 0004 |
| 0009 | 31253 0009 |

Une terminaison quadratique est dite congruente *additive* à un nombre N , lorsqu'en ajoutant cette terminaison aux quatre premiers chiffres à droite de N , on a encore une terminaison quadratique; la congruence est soustractive lorsqu'il faut retrancher.

Exemple. Soit

$$N = 8514341;$$

les terminaisons 0100, 0900, 2100, 2500, etc., sont congruentes additives; car $4341 + 0100 = 4441$ qui est encore une terminaison quadratique.

Les Tables V, VI, VII, VIII, IX sont destinées à trouver ces terminaisons congruentes à une terminaison d'un nombre donné N .

On comprend l'utilité immense de ces Tables pour

trouver les solutions de l'équation

$$N = x^2 \pm y^2,$$

et par conséquent les facteurs de N ; soit

$$N = 2237791.$$

Les terminaisons additives congruentes à 7791 sont

$$\begin{aligned} & 0225^*, 0625^*, 1025, 2225, 3025^*, 4225^*, \\ & 5025, 6225, 7025, 8225, 9025^*; \\ & 0609, 8809, 2209^*, 2609, 3809, 4609, \\ & 9809, 6609, 7809, 8609, 9809. \end{aligned}$$

Les nombres astérisqués sont des carrés; si on les ajoute successivement à N , on trouve des nombres N qui commencent tous à gauche par 223 et qui ont des terminaisons quadratiques; le nombre 0225 ajouté à N donne un carré

$$2237791 + 0225 = 2238016 = (1496)^2,$$

donc

$$N = (1496)^2 - 15^2 = 1511.1481.$$

Euler, ayant rencontré ce nombre N , déclare qu'il serait pénible de rechercher s'il est premier ou non (*N. Comm. A. S. Petrop*, t. IX, p. 17).

Soit

$$N = 997331.$$

Par un procédé analogue, l'auteur trouve

$$N = 127.7853$$

Gauss parvient à la même décomposition par la théorie des résidus quadratiques (*Disq. arith.*, p. 581).

Dans une note, Gauss dit avoir calculé une Table pour faciliter ces décompositions et exprime l'intention de publier cette Table si on le désire. A-t-elle été publiée?

Les Tables VIII, IX sont relatives aux terminaisons congruentes soustractives, et servent à découvrir si les

nombres de la forme $4n + 1$ sont des sommes de la forme $x^2 + y^2$; lorsqu'on n'a qu'une solution; le nombre est premier; lorsqu'on en a deux, il n'est pas premier, et on le décompose de cette manière.

Soit

$$N = A^2 + B^2 = C^2 + D^2 = ab,$$

on a

$$A = pr - qs, \quad C = pr + qs,$$

$$B = ps + qr, \quad D = ps - qr,$$

$$a = p^2 + q^2, \quad b = r^2 + s^2,$$

$$A + C = 2pr, \quad B - D = 2qr;$$

le facteur commun à $A + C$ et $B - D$ fait connaître p et de là r et s .

$$C - A = 2qs, \quad B - D = 2qr;$$

le facteur commun $2q$ donne la valeur de q .

Exemple :

$$N = 10091401,$$

on trouve l'unique solution

$$x = 1251, \quad y = 2920.$$

Ainsi N est un nombre premier. C'est le plus grand nombre premier connu (*). Pour le démontrer, Legendre remplit trois pages in-4 de calculs assez pénibles (*Théorie des nombres*, 3^e édit.); M. Kulik n'a besoin que d'une demi-page in-8.

Nous croyons avoir fait ressortir les services rendus par le savant professeur de Prague.

(*) M. Lebesgue me fait observer que depuis la publication des *Mémoires d'Euler* de 1778, on connaît des nombres premiers plus grands, entre autres 11866009, 15518809 (*Commentationes arithmeticae collectae*, Petersb., 1849).

SUR LE COMPAS DE PROPORTION.

L'invention de cet instrument, qui entraît jadis dans tous les étuis de mathématiques, est consignée dans l'ouvrage suivant :

Le operazioni del compasso geometrico e militare di Galileo, stampata in Padova, por Pietro Marinelli. 1606. In-fol.

Tiré à 60 exemplaires, cet ouvrage est d'une extrême rareté. Il est réimprimé dans les *OEuvres* de Galilée, publiées à Bologne en 1655, en tête du premier volume. On donne à Galilée le titre de noble florentin, professeur de mathématiques au collège de Padoue. La dédicace à Cosme de Médicis, prince de Toscane, porte la date de juillet 1606.

Bientôt après, un noble milanais nommé Capra publia un opuscule latin où il s'attribue l'invention du *compas*. Voici le titre.

Usus et fabrica circini cujusdam proportionis per quam omnia fere tum Euclidis tum mathematicorum omnium problemata facili negotio resolventur, opere et studio Balthazaris Capræ, nobilis Mediolanensis explicata. Patav., 1607; in-4 de 60 $\frac{1}{2}$ pages ().*

Galilée déféra cet ouvrage au tribunal des *réformateurs* du collège de Padoue, siégeant à Venise. Il obtint gain de cause. La sentence porte que Capra est convaincu de plagiat et d'ignorance et que son ouvrage doit être confisqué. On en avait tiré 483 exemplaires : 440 furent

(*) Dans l'ouvrage de Capra un professeur napolitain adresse des éloges à Capra ; c'est probablement ce qui a fait dire erronément à Montucla que Capra est Napolitain.

saisis chez l'imprimeur, 13 chez l'auteur, mais 30 étaient déjà distribués en divers pays d'Europe; de là aussi l'extrême rareté de cet opuscule. Pour remédier à ce commencement de publicité, Galilée crut nécessaire de faire paraître une défense :

Difesa contra le calunnie e imposture di Baldassare Capra Milanese. Usetegli si nella considerazioni astronomica sopra la nuova stella del MDCVIII come (e assai piu) nel publicar nuovamente come sua invenzioni la fabrica et gli usi del compasso geometrico e militare sotto in titolo di Usus et fabrica (comme ci-dessus). Padova, 1607.

Galilée réfute d'abord un autre écrit de Capra où il prétendait que Galilée devait la découverte de la célèbre étoile de 1607 à un nommé Coznaro. Après avoir montré la fausseté de cette allégation, il dit avoir fait construire, il y a cinq ou six ans, une centaine de ses compas à Padoue; qu'il en avait montré l'usage au père de Capra et à Capra lui-même. Il rappelle un grand nombre de passages de l'écrit de Capra qui ne sont qu'une traduction littérale de *Le operazioni del compasso, etc.* Il montre que ce Capra est un ignorant, qui, ayant peu d'affection pour lui, s'est rendu l'instrument d'un de ses plus acharnés adversaires, qu'il ne nomme pas et sur lequel il s'exprime avec beaucoup d'animosité. Il le déclare l'*enemi du genre humain*.

On a composé beaucoup d'ouvrages sur le compas de Galilée; Kastner en donne la liste dans son *Histoire des Mathématiques*, t. III, p. 336. Cet instrument, tombé en désuétude, était autrefois aussi répandu, aussi préconisé que de nos jours la règle de Gunther.

Burgi, le célèbre co-inventeur des logarithmes, a construit avant Galilée un compas, mais qui n'a rien de commun avec celui de l'illustre Pisan.

NOTE SUR LE PROCÉDÉ POTHENOT.

(VOIR NOUVELLES ANNALES, t. XIII, p. 367)

Ce procédé, attribué communément à Pothenot, appartient à Snellius; il est explicitement décrit dans l'ouvrage : *Eratosthenes Batavus de terræ ambitus vera quantitate à Willebrordo Snellio*,

Διὰ τῶν ἐξ ἀποστημάτων μετροῦσῶν διαπτρῶν (*),

suscitatus. Lugduni Batavorum apud Jodocum à Colster, ann. CI DIO CXVII.

Deux branches de laurier forment ceinture autour de cette devise : *O quam contempta res est homo, nisi supra humana se crexerit (**)*.

Cet ouvrage remarquable, in-4° de 263 pages, est divisé en deux livres. Le premier contient une exposition critique (il place la terre *fixe* au *centre* du monde, mais il n'en veut pas à ceux qui sont d'une autre opinion) des mesures de la terre données par les Grecs et les Arabes. Le second livre débute par des recherches soignées sur le rapport du pied du Rhin, qu'il adopte pour unité, à divers autres pieds en usage : il trouve que ce pied étant représenté par 1000, celui de Paris est 1055. Il évalue aussi le poids d'un pied cube rhinlandique d'eau *distillée*, afin de rattacher la longueur de ce pied à une donnée naturelle fixe : à cet effet, il invente un appareil ingénieux, qu'il emploie avec beaucoup de précautions,

(*) Calcule par l'intervalle angulaire compris entre des lunettes.

(**) Ah! combien l'homme est chose méprisable, s'il ne s'élève au-dessus de l'humaine nature.

dans l'esprit de celles qu'on a prises pour déterminer le gramme.

Il détermine la distance des deux villes Alkmaer et Berg-op-Zoom, en les reliant par vingt stations et une méthode de triangulation qu'on a depuis toujours suivie pour la même opération, et qui est encore usitée; et ayant déterminé la différence des latitudes de ces deux villes, il fait la même opération pour Leyde et Alkmaer, et, prenant une moyenne, il trouve 28 500 perches, chacune de 42 pieds du Rhin pour longueur de 1 degré du grand cercle de la terre. Ainsi, 342 060 pieds du Rhin, environ 54 028 toises ou 27 lieues de 2000 toises, longueur trop grande de 2 lieues environ. Il a été aidé dans ces travaux par les deux frères Érasme et Caspar de Sterrenberg, jeunes barons autrichiens, déjà versés dans les calculs trigonométriques. Philémon, leur professeur, voulant mettre à profit les vacances, avait prié Snellius de faire connaître la contrée à ses élèves. Alors Snellius les engagea à prendre part à sa triangulation. Il prit pour première station un endroit nommé *Oudewart*, lieu de sépulture de son père, et où sa vieille mère vivait retirée depuis son veuvage. Il célèbre cette ville *ob nobilem illam cladem quam Oudewarte est perpessa quod omnium prima patriæ libertatem suo sanguine redemerit*, à cause de la noble catastrophe qu'Oudewart avait subie : la première de toutes les villes, elle racheta de son sang la liberté de la patrie. Il donne à ce sujet l'extrait suivant d'un manuscrit de son père :

Veteraquinum arctè obsessum fuit, tandem captum VII Augusti Juliani, anno CIO IO LXXV. Sole médium cælum jam signante, cives et præsidarii cæsi, nulli neque ætati nec sexui parcitum, paucissimi in semen servati. Oppidum incensum et flamma absumptum. Sed nescio quo me patriæ amor et meorum dulcissima recor-

datio abripuerit, quin ad institutum potius revertar?

« Oudewart fut étroitement assiégée, et enfin prise le 7 août 1575, à midi. Soldats et bourgeois furent massacrés; on n'épargna ni l'âge ni le sexe. Quelques enfants seuls au berceau furent conservés. La ville incendiée devint la proie des flammes. Mais où m'entraîne l'amour de la patrie, les si douces ressouvenances des miens? Retournons plutôt à notre besogne. »

Le chapitre X (page 199) est intitulé : *Trium locorum intervallis inter se datis, quarti distantia ab omnibus unica statione definitus.*

« Les distances mutuelles des trois points étant données, déterminer par une seule station la position d'un quatrième point. »

Il prescrit à cet effet la méthode des *segments capables*, que Pothenot croyait avoir inventée, et qui porte son nom. Snellius fait usage de sa méthode pour lever divers édifices de la ville de Leyde. Sur la page 204, on trouve la figure qui représente l'intersection des deux arcs de cercle (*).

Le triangle donné est *uy*, et *o* le quatrième point. On a

$$\begin{aligned} ui &= 62,6, \\ yi &= 52, \\ uy &= 110,9, \\ yoi &= 32^{\circ} 57', \\ you &= 64^{\circ} 40'; \end{aligned}$$

de là il conclut

$$yiu = 15^{\circ} 56'.$$

Ensuite abaissant des deux centres des segments capables sur les côtés *iu* et *yu*, il obtient une suite de triangles

(*) Pothenot fut adjoint à La Hire pour continuer la méridienne de Paris au Nord (Lalande, *Astronomie*, n^o 2663, 2^e édition)

rectangles où l'on peut calculer successivement les côtés et les angles, et parvient facilement à ces distances :

$$oy = 79,3,$$

$$oi = 96,2,$$

$$ou = 118,2.$$

Il serait de toute justice d'attacher désormais à ce procédé le nom de Snellius. Ne pas oublier que l'auteur n'avait que 26 ans. Quel génie ! (*Nouvelles Annales*, t. XIII, p. 80.) Il évalue le nombre de grains de sable que peut contenir la sphère céleste d'Archimède, et dans celle de Copernic ; il suppose que 100 grains de sable mis bout à bout occupent une longueur de $\frac{1}{10}$ de pied du Rhin.

Il a dédié son premier livre aux États des provinces confédérées, et le second aux deux barons autrichiens.

Dans le chapitre VII et dernier, il fait voir les défauts de la méthode proposée par Maurolycus pour mesurer la terre ; elle consiste à mesurer l'angle de *dépression* sur une montagne dont la hauteur est connue. Il attribue la principale erreur à la *réfraction* qui a lieu à l'horizon, où s'accumulent tant de vapeurs. Il cite un navigateur nommé Patritius, qui prétend prouver que la terre est plane, parce que sortant de Toulon les matelots aperçoivent les montagnes de la Corse : ce qui serait impossible, si la mer était bombée !

Le *Eratosthenes Batavus*, ouvrage très-rare, appartient à M. Prouhet, qui fait une collection d'ouvrages mathématiques avec un discernement digne d'un excellent géomètre, digne d'un érudit consommé : qualités dont la réunion est aussi exéessivement rare en deçà du Rhin.

BIBLIOGRAPHIE

DELLA VITA ET DELLE OPERE DI GHERARDO CREMONESE, traduttore del secolo duodecimo, et di Gherardo da Sabionetta, astronomo del secolo decimoterzo. Notizie raccolte da *Baldassare Boncompagni*. In-folio de 109 pages; Roma, 1851.

On dit souvent que nous devons nos connaissances scientifiques aux Grecs et aux Arabes. Il serait plus juste de dire, avec un sentiment de reconnaissance, que nous devons nos sciences à ceux qui ont traduit les ouvrages grecs et arabes. Ce sont là les véritables promoteurs de la renaissance, du rappel de l'esprit humain à toute sa liberté d'action. Gérard de Cremona est un de ces vaillants promoteurs. Il a traduit trois ouvrages de dialectique, dix-sept ouvrages de géométrie, douze ouvrages d'astronomie; onze ouvrages de philosophie; 32 ouvrages de médecine. On en trouve la liste complète dans un *Éloge* de Gérard conservé dans la bibliothèque du Vatican et inséré dans la présente Notice (p. 4 à 7). *L'Almageste* de Ptolémée est le plus important de ces ouvrages. Ayant appris que ce manuscrit existait à Tolède, Gérard s'y est transporté et y a passé plusieurs années pour étudier l'arabe.

L'Italie, terre privilégiée, n'est jamais restée complètement étrangère ni aux lettres, ni aux sciences, et encore aujourd'hui, qui ne connaît ses philosophes, ses géomètres, ses astronomes, ses physiciens?

AVIS.

En 1858, on donnera soit l'analyse, soit l'énoncé de tous les articles contenus dans les journaux suivants.

1° *Journal de Crelle*; 2° *Journal de Gunther*; 3° *Quarterly journal* (Cayley et Sylvester); 4° *Annales de Tortolini*.

Les thèses qui nous seront adressées.

M. le professeur Mathieu (Émile) nous a communiqué les solutions de questions *difficiles* proposées et non résolues dans le traité de M. Bertrand; elles seront successivement publiées dans les *Annales*, ainsi que les questions analogues des traités de M. E. Catalan et Rouché; modèle de gymnastique mathématique propre à former de vigoureux athlètes.

Les ouvrages suivants sont en voie de traduction.

1°. *Conic curves*, de G. SALMON, par M. Poudra.

2°. *Geometrische Entwicklung*, de STEINER, par M. Dewulf, officier du génie.

3°. *Calcul of operations*, de CARMICHAEL, par M. le professeur Rey.

4°. *Theoria motus planetarum*, de GAUSS, par M. le professeur Dieu.

L'*Astronomie*, de BRUNOW, par M. le professeur Terquem (Paul), est terminée.

On est prié de faire les figures à part et de dimension à pouvoir entrer dans le texte des *Annales*.

TABLE DES MATIERES PAR ORDRE METHODIQUE.

(TOME III)

Bibliographie

| | Pages |
|--|-------|
| VALERIUS PROBUS — <i>De Notis antiquis</i> herausgegeben von Theodor Mommsen | 5 |
| Fables de Barker | 11 |
| EUCLIDE — Livres d'arithmétique | 18 |
| DIOPHANTE — Probleme d'analyse indéterminée | 23 |
| DIOPHANTE — Probleme d'analyse indéterminée, par M. Lebesgue | 62 |
| FRENET — Recueil d'exercices sur le calcul infinitésimal | 26 |
| ARS MAGNA — Theoremes et equations qui y sont contenus | 29 |
| BRIOSCHI — Theorie des determinants | 35 |
| DE JONQUIERES — Melanges de geometrie, par M. Prouhet | 41 |
| BOUCLÉ (AUGUSTE) — Reduction des fractions ordinaires en fractions décimales, par M. Housel | 52 |
| SURIN — Cours d'analyse de l'Ecole Polytechnique, publié par M. Prouhet, par M. Brassine | 59 |
| Dalrymple (Alexandre) | 61 |
| (H. BRIOT et VACQUANT) — Elements de geometrie, par M. Bardin | 66 |
| Sur la correspondance scientifique de Jean Bernoulli, par M. Prouhet | 76 |
| <i>Tafeln der quadrat, etc</i> Tables des carrés et cubes des nombres naturels de 1 à 100000, par M. Kulti | 81 |
| <i>Le operazioni del compasso, etc</i> Galilée | 87 |
| <i>Usus et fabrica circini etc</i> , de Capra | 87 |
| <i>Difesa contra le calunnie, etc</i> , Galilée | 88 |
| <i>Li atosthenes Batavus etc</i> , de Snellius | 89 |
| <i>Della vita et delle opere di GHERARDO CIECOMONESE et di GHERARDO DA SABIONNETTA</i> , da Baldassare Boncompagni | 93 |
| Traductions annoncées | 94 |

Historique

| | |
|---|----|
| Sur l'existence prétendue dans la Massorah d'un nombre exprimé selon un système de position, époque présumée d'admission chez les Arabes, origine du signe ∞ | 1 |
| Denominations et représentations des fractions chez les Romains | 10 |
| Sur l'origine du mot <i>moment</i> | 16 |

| | Pages |
|--|-------|
| Orthographe du nom de Neper . | 27 |
| Nebuleuse d'Orion | 27 |
| Sur Othon de Magdebourg | 28 |
| DESCARTES — Papiers de Descartes, par M <i>Prouhet</i> | 37 |
| Araignée perturbatrice, d'après M <i>Hansteen</i> | 38 |
| Cirque numérique des pythagoriciens | 39 |
| Grand prix de mathématiques proposé pour 1858 (Académie des Sciences de Paris) | 46 |
| Numeration des Grecs | 47 |
| Ode à Monsieur Le Gendre | 53 |
| CATALDI — Fractions continues | 62 |
| Sur le compas de proportion | 87 |
| Note sur le procédé Pothenot | 89 |

Biographie.

| | |
|-------------------------|----|
| Louis-Augustin Cauchy . | 49 |
|-------------------------|----|

TABLE DES NOMS PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE.

Les noms des auteurs d'articles sont précédés d'un astérisque)

| | Pages |
|---------------------------------|-------|
| ARAGO | 39 |
| ARISTOTE | 15 |
| BAILLET | 37 |
| BAILLY | 57 |
| *BARDIN | 75 |
| BARKER | 11 |
| BAUDRAND (M -A) | 28 |
| BERNOULLI (J) | 76 |
| BIELA | 15 |
| *BIENAYMÉ, Membre de l'Institut | 56 |
| BILFINGER | 76 |
| BOETIUS | 5 |
| BOMMART | 69 |
| BOSCOWICH | 12 |
| BOUCHE (A), professeur | 52 |
| *BRASSINE, professeur | 59 |

| | Pages. |
|------------------------------------|--------------|
| BRIOSCHI..... | 35 |
| BRIOT, professeur..... | 66 et 72 |
| BURGI..... | 88 |
| BURNET..... | 76 |
| CARDAN..... | 29 |
| CAILLET, examinateur..... | 83 |
| CAPRA (BALTHASAR)..... | 87 |
| CATALDI..... | 62 |
| CAUCHY, Membre de l'Institut..... | 49 |
| CESAR..... | 9 |
| CHANUT..... | 37 |
| CHASLES, Membre de l'Institut..... | 41 et 42 |
| CLERSELIER..... | 37 |
| COMBESURE, professeur..... | 35 |
| COSNARO..... | 88 |
| COSSON, professeur..... | 53 |
| COUSIN, Membre de l'Institut..... | 37 |
| CRAMER..... | 76 |
| CROUZAZ (DE)..... | 76 |
| CYRIANUS..... | 5 |
| CYRIAQUE (D'ANGÔNE)..... | 5 |
| CYSAT (DE LUCERNE)..... | 27 |
| D'ALEMBERT..... | 61 et 75 |
| DALRYMPLE (A.)..... | 65 |
| DELAMBRE..... | 14 |
| DELATOUR, imprimeur..... | 55 |
| DESCARTES..... | 37 et 49 |
| DIACONUS..... | 6 |
| DIOPHANTE..... | 23 et 62 |
| DOMITIEN, empereur..... | 9 |
| DUPIN, Membre de l'Institut..... | 73 |
| ENCKE..... | 13, 15 et 64 |
| ENGLEFIELD (H.)..... | 12 |
| ERNST..... | 5 et 9 |
| EUCLIDE..... | 18 et 49 |
| EULER..... | 49, 76 et 85 |
| FELICIANO..... | 5 |
| FERMAT..... | 49 |
| FERRARIUS (ALEXANDRINUS)..... | 28 |
| FONTENELLE..... | 76 |
| FORTUNATUS VENANTIUS..... | 6 |
| FRAUENHOFFER..... | 50 |
| FRENET, professeur..... | 26 |
| FRESNEL..... | 50 |
| GALLE, astronome..... | 14 |

| | Pages |
|---------------------------------------|------------------|
| GALILEE | 87 |
| GALLIEN | 4 |
| GAUSS | 11, 38, 49 et 85 |
| GERHARDT | 76 et 80 |
| GELLUS (AULUS) | 9 |
| * GERONO, redacteur | 26 |
| GOTHEFRED | 9 |
| GUNTHER | 88 |
| HALLEY | 12 et 15 |
| HANSTEEN | 38 |
| HERMANN | 76 |
| HOUEL, professeur | 90 |
| HUYGHENS | 27 et 50 |
| JAMBLIQUE | 39 |
| JONQUIÈRES (DE) | 41 |
| JULLIEN (l'abbé) | 51 |
| KASTNER | 28 et 88 |
| KULIK (PHILIPPE) | 81 |
| LACAILL (DE) | 57 |
| LACROIX | 57 |
| LAGRANGE | 49 |
| LA HIRE | 37 et 91 |
| LALANDE | 12 et 57 |
| LAPLACE | 12 et 49 |
| * LEBESGUE, professeur | 62 et 86 |
| LEBLANC, colonel | 68 et 69 |
| LEGENDRE | 47 et 53 |
| LEGRAND | 37 |
| LEIBNITZ | 78 et 80 |
| L'HOPITAL (LE MARQUIS DE) | 76 |
| LINDENBROG | 9 |
| LIUVILLE, membre de l'Institut | 59 |
| LUCRECE, poete | 16 et 75 |
| LUTHER, astronome | 13 et 14 |
| MACLAURIN | 41 |
| MAIRAN | 15 et 76 |
| MAIUS | 50 |
| MARCANOVA (G) | 5 |
| MARIF (l'abbé) | 57 |
| MAUPERTUIS | 76 |
| MAUROLYCUS | 92 |
| MÉCHAIN | 12 |
| MERSENNE | 37 |
| MICHAUD | 18 et 66 |
| MICHELL (le R) | 65 |

| | Pages |
|---------------------------------------|-------------------------|
| MICHELOTTI | 76 |
| MOIVRE | 76 |
| MOMMSEN (THEODORE) | 5 et 8 |
| MONGE | 70 |
| MONTMORI | 76 |
| MUYSIUS | 79 |
| NEPER | 27 |
| NERON, empereur | 9 |
| NEWTON | 12 et 50 |
| NOIZET | 66, 68 et 75 |
| OLBERS | 12 et 13 |
| OTHON DE MAGDEBOURG | 28 |
| PATRITIUS | 92 |
| PINGRÉ | 12 et 15 |
| POTHENOT | 89 |
| PRISCIEN | 6 |
| PROBUS (VALERIUS) | 3 et 5 |
| PROSPERIN | 15 |
| *PROUHET | 4, 37, 46, 59, 76 et 92 |
| PUTSCH | 9 |
| RENAU | 76 |
| RENNWARD | 28 |
| RICCATI | 79 |
| SARTINE (DE) | 55 |
| SCHEUCHSER (J -JACQUES) | 77 |
| SCHEUCHSER (JEAN) | 77 |
| SNELLIUS | 89 |
| SOLEIROL, officier superieur du Genie | 8 |
| STERRENBURG (ERASME et CASPARD) | 90 |
| STURM | 49 et 59 |
| SUETONE | 9 |
| TARTAGLIA | 6 |
| VACQUANT, professeur | 66 et 72 |
| VANDERMONDE | 49 |
| VARIGNON | 77 et 78 |
| VIETE | 4 |
| VOLTAIRE | 80 |
| WHITE, imprimeur | 12 |
| WHISTON, imprimeur | 12 |
| WOEPCKE, professeur a Berlin | 4 |
| WOLF (RUDOLPHE) | 27 et 77 |
| YOUNG | 50 |
| ZACH (DE) | 12 |
| ZENDRINI | 79 |

ERRATA.

Page 18, ligne 2, *au lieu de les, lisez le.*

18, ligne 2, *au lieu de livres, lisez livre*

22, ligne 2 en remontant, *au lieu de que s est, lisez qui soit.*

24, ligne 11, *au lieu de moins plus, lisez moins pas plus.*

BIBLIOTHÈQUE
UNIVERSITAIRE
GRENOBLE