GEOCLE : DES CLES POUR DEMONTRER AU COLLEGE

Jean-Louis GUILLOT
Irem des Pays de la Loire
Groupe EIEM

Depuis plus de dix ans, notre groupe[1] de recherche-action « Environnements Interactifs et Enseignement des Mathématiques » prépare pour les collégiens des activités qui utilisent de façon complémentaire l'ordinateur, le papier, le tableau … Pour des travaux individuels, des travaux en groupe, des moments de cours dialogué ou de cours magistral …

En effet, dans notre conception de l'apprentissage, nous cherchons à proposer des environnements de types différents, qui se complètent, sur lesquels l'élève peut agir et qui vont agir sur sa façon de penser. Nous admettons que pour construire ses concepts mathématiques — pour faire du sens — chaque individu commence par se forger ses images mentales ; il les stabilise en les associant, en les décrivant, en les discutant avec ses pairs, pour éventuellement les modifier et les enrichir.

Nous pensons également qu'en plus du guidage méthodique des travaux proposés, nous devons aider nos élèves à prendre conscience des moyens qu'ils utilisent pour apprendre les connaissances nouvelles, les ranger dans leur mémoire, les retrouver, les faire fonctionner … Je me propose d'illustrer ces quelques lignes directrices en vous présentant Géoclé, l'un des environnements que nous avons conçu, ainsi que quelques idées pour l'utiliser avec les élèves de collège.

1 Alain Bois, Vincent Bois, Pascal Chauvin, Jean-Louis Guillot, Emmanuel Lemaître, Jacques Lucas, Charly Riedweg et Bernard Soulé-Nan.

Géoclé est « le micromonde [2] des cartes » construit pour favoriser l'apprentissage de la démonstration, en géométrie, de la 6ème à la 4ème. Dans son développement actuel, c'est d'abord une base de données accessible sur Internet. Les éléments de la base sont des figures-clés codées, des mots-clés et des phrases-clés. Ils sont rassemblés sur 80 cartes, au format du jeu de cartes traditionnel pour la belote ou les réussites… Chaque carte, imprimable sur papier ou carton, présente « physiquement » une définition ou une propriété avec sa figure-clé, ses mots-clés et une phrase-clé associée. À chaque carte, sur l'ordinateur, sont également associées des phrases de reformulation et une figure déformable (une applet Cabri Java). Les recherches sont possibles, pour chacun des trois premiers niveaux du collège, par leçons, définitions, propriétés, mots clés en données ou en conclusions. Avec chaque carte trouvée, Géoclé fournit des phrases de reformulations, et la figure déformable, si on le souhaite. On peut également regrouper dans « le calepin » un choix de cartes pour les consulter ensemble, les sauvegarder ou les imprimer...

Ces « clés pour démontrer » sont celles d'une boîte à outils bien traditionnelle. La boîte qu'est sensé se construire progressivement le collégien, à partir de la classe de 6ème. Avec ces fameuses phrases écrites en rouge dans le cahier de cours, encadrées ou coloriées, ou soigneusement préparées sur ces fiches cartonnées que l'on gardera précieusement. Ce sont toutes ces définitions et toutes ces propriétés de géométrie qu'il faut se mettre en tête, bien rangées, avec tous leur liens pleins de sens, en images et en mots, pour savoir les retrouver à la demande. Savoir les tenir disponibles et « vivantes », pour « les plaquer et les étirer » mentalement sur la figure du problème à résoudre, afin de sélectionner celles qui s'y adaptent bien. Savoir les utiliser comme points fixes pour explorer les liens avec le problème, et choisir ceux qui « s'accrochent bien ». Réussir alors à penser, à dire, à écrire chacun de ces pas de raisonnement qui construiront progressivement ce chemin énigmatique qu'est la démonstration.

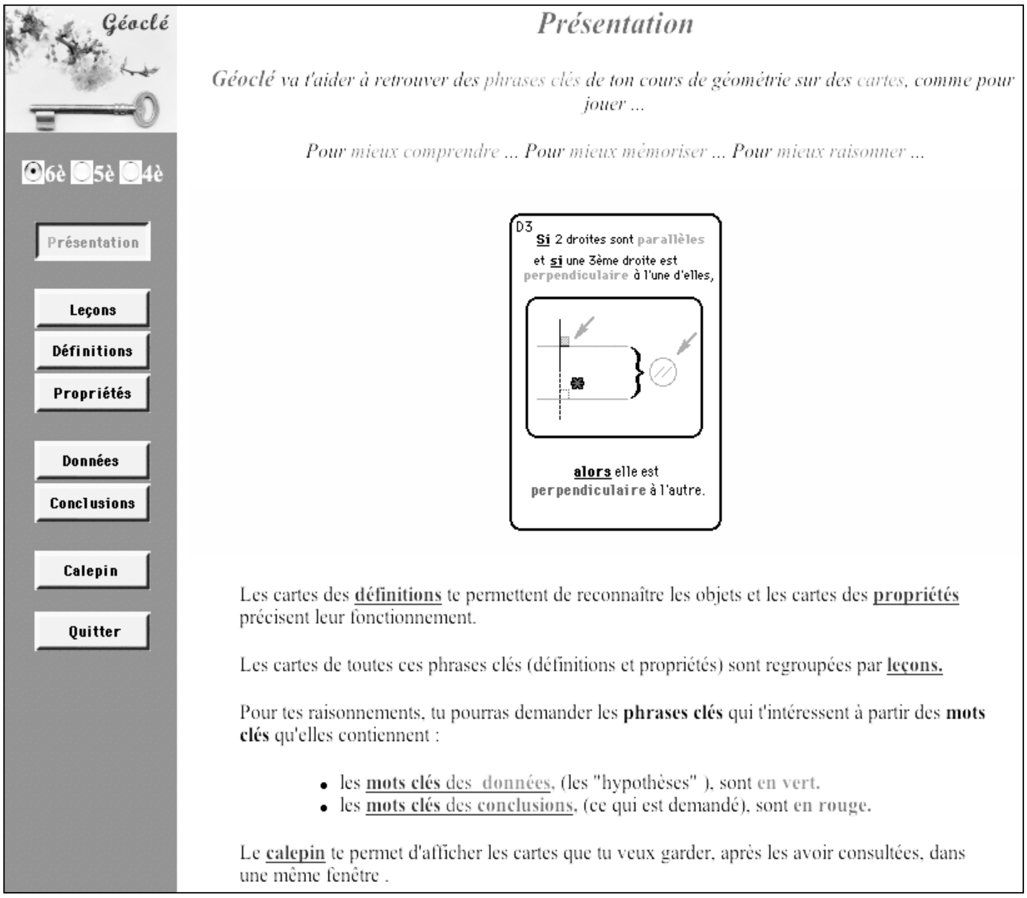
2 Terme emprunté à Seymour Papert, le concepteur de LOGO, pour désigner par exemple l'environnement de la Tortue, ou celui des blocs sonores (voir « Jaillissement de l'esprit » [1] de cet auteur, chez Flammarion – 1981). Infiniment plus modeste, Géoclé est un assemblage d'objets géométriques de natures différentes, organisés « concrètement » autour des « cartes » pour que l'élève se les approprie.

1. La boîte à outils « Géoclé » sur Internet.

Dans le site m@ThICE [3], en cliquant sur l'un des liens Géoclé vous accédez à page de **présentation** de cette boîte à outils. Les options vous sont décrites et vous pouvez observer la carte D3 où les hypothèses sont codées en vert et les conclusions en rouge, aussi bien dans les mots clés que sur la figure. Hélas, la consultation en noir et blanc perd beaucoup d'information ! (voir page ci-contre)

Si vous voulez consulter la **leçon** « Propriété de Pythagore » vous devrez sélectionner le niveau 4ème , pour qu'elle figure dans les choix possibles. Sinon, vous ne la verrez pas. Vous obtiendrez alors les deux cartes de la page suivante et leurs reformulations.

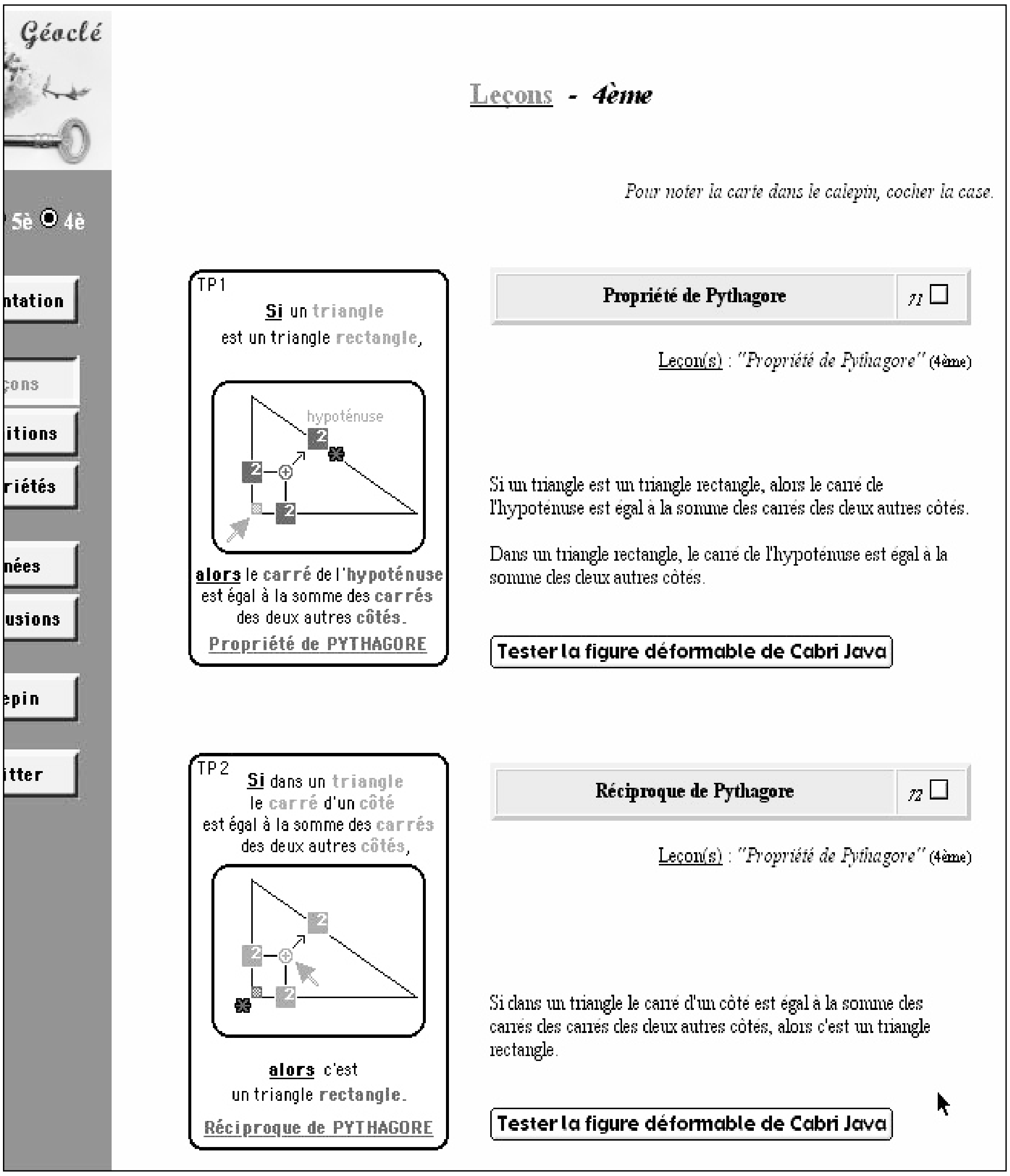
3 Les m@ths au collège avec les TICE [2].
http://perso.wanadoo.fr/jean-louis.guillot



Les couleurs permettent de bien repérer les prémisses des propriétés, avec les mots clés en vert ainsi que la flèche qui les désigne sur la figure, et les conclusions avec les mots clés en rouge ainsi que l'astérisque qui les désigne sur la figure. Le « carré colorié contenant un 2 » désigne le carré du côté correspondant. L'inversion des deux phrases est soulignée par l'inversion des couleurs et celle de la flèche et de l'astérisque.

Les phrases de la carte sont préparées pour faciliter le « par cœur » : il n'y a jamais de lettres, les reformulations à côté de la carte sont utilisées pour favoriser la compréhension verbale, tout comme les codes du dessin avec leur « accroche » visuelle.

C'est en demandant « tester la figure déformable » qu'on pourra travailler la contextualisation, et surtout les invariants dans



*La **leçon** « Propriété de Pythagore ».*

Phrases clés avec mots clés en conclusions - *6ème*

- **Choisis 1 ou 2 mots clés** *(ou des idées proches)*
  que tu voudrais **trouver en même temps** dans la conclusion des cartes.
- **Puis valide ton choix** en cliquant sur le bouton **OK.**

Géoclé te proposera les cartes demandées, ou des cartes qui pourront guider ton raisonnement.

Les points ...

- ☐ centre de symétrie
- ☐ même milieu
- ☐ milieu
- ☐ points symétriques
- ☐ sommet

Les droites et les segments ...

- ☐ axe de symétrie
- ☐ bissectrice
- ☐ côté
- ☐ côté opposé
- ☐ diagonale
- ☐ hauteur
- ☐ médiane
- ☐ médiatrice
- ☐ même longueur
- ☐ parallèle
- ☐ perpendiculaire

Les angles ...

- ☐ angle droit
- ☐ angle plat
- ☐ angles égaux
- ☐ calcul d'une mesure d'angle
- ☐ somme des mesures

Les triangles ...

- ☐ triangle
- ☐ triangle équilatéral
- ☐ triangle isocèle
- ☐ triangle rectangle

Les quadrilatères ...

- ☐ carré
- ☐ losange
- ☐ parallélogramme
- ☐ quadrilatère
- ☐ rectangle
- ☐ trapèze

Les autres propriétés ...

- ☐ mêmes mesures (toutes)
- ☐ mêmes propriétés (toutes)

une fenêtre indépendante, grâce aux déformations de l'applet Cabri Java associée à la carte. Des exemples de ces fenêtres seront présentés plus bas. Si vous avez besoin de faire une recherche à partir des mots clés (ou idées clés) souhaités en **conclusion**, vous obtiendrez la proposition de choix ci-dessus ; chaque choix validé renverra le paquet des cartes correspondantes, avec la même présentation que pour les leçons.

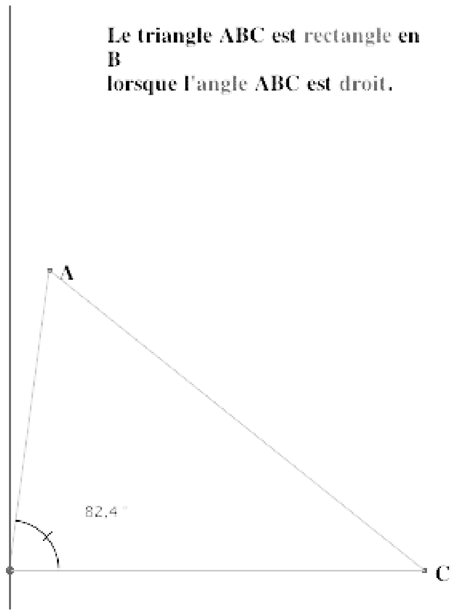
Vous pouvez de la même façon faire une recherche à partir des mots clés (ou idées) que vous voulez en **données** (hypothèses ou prémisses).

Il est également possible de consulter une définition à partir de la liste correspondante. Même chose pour les propriétés. Les cartes apparaissent toujours dans le même type de fenêtre que pour les leçons. Les définitions sont construites avec « est » et les propriétés avec « si … alors » à quelques exceptions près. Sur la figure d'une définition, c'est l'objet défini qui est montré par l'astérisque et la couleur rouge, alors que les attributs sont repérés par la flèche et la couleur verte, sauf sur quelques cartes à reprendre. Le concept défini apparaît ainsi comme le résultat de l'assemblage de ses attributs. Il revient au professeur de faire remarquer que l'on aurait pu faire le choix inverse. Une définition correspond en fait à deux propriétés réciproques énonçables en « si … alors ». Pour faire le dessin, c'est l'une d'elles que nous avons choisie.

Le calepin ne permet pas l'affichage d'une fenêtre complète du type précédent. Il rassemble seulement côte à côte les cartes déjà vues dans les fenêtres précédentes et qui auront été cochées C'est une sorte de résumé sous la forme d'un choix de cartes. Cet outil est très commode pour éditer un paquet de cartes en fonction d'un exercice ou d'une leçon donnée, ou mal sue.

Dans toutes les fenêtres d'affichage de cartes autres que le calepin, vous pourrez accéder aux applets Cabri Java. Un clic sur le bouton « tester la figure déformable » permet de retrouver dans une nouvelle fenêtre une figure proche de celle de la carte, déformable comme sous Cabri. Un nouveau texte l'accompagne, en reformulant de façon contextualisée la phrase de la carte, ou en présentant un raisonnement rédigé du type « données … donc … conclusion ». La consigne demande de déplacer les points rouges pour observer les modifications de la figure. Le texte affiché et les codages peuvent changer selon les positions des points rouges.

Voici une **première applet** associée à un texte fixe :



Cette applet affiche une reformulation de la définition du triangle rectangle, avec les noms des points, alors que sur la carte, on a noté :

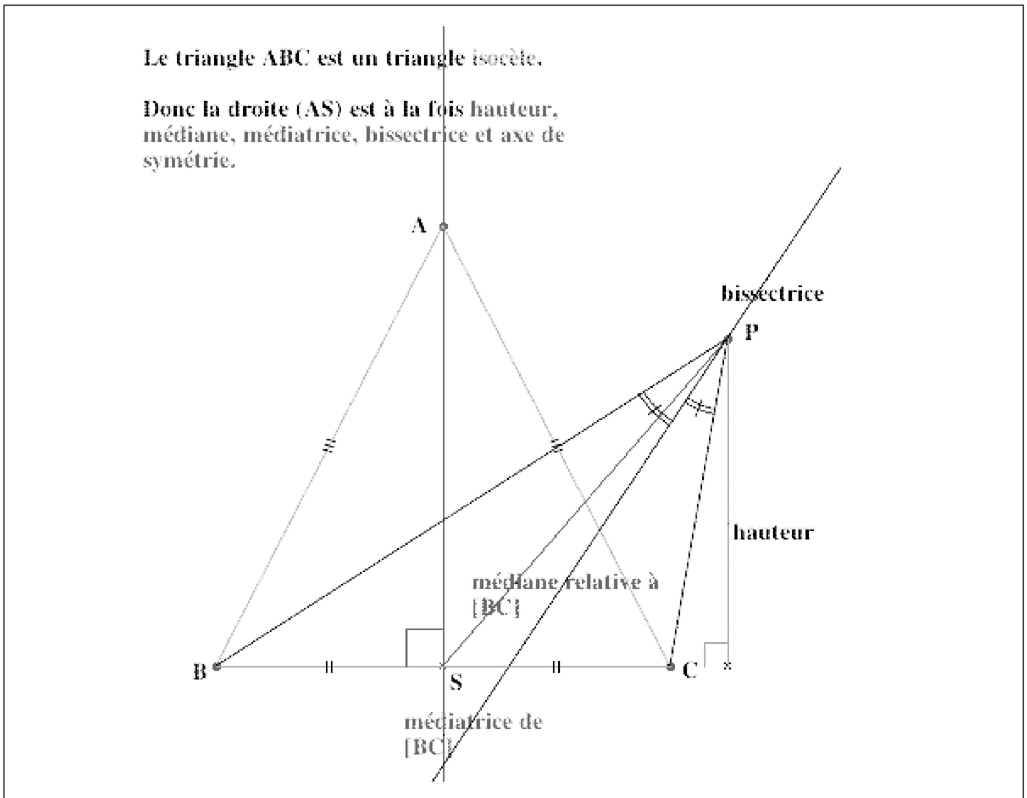
« Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit ».

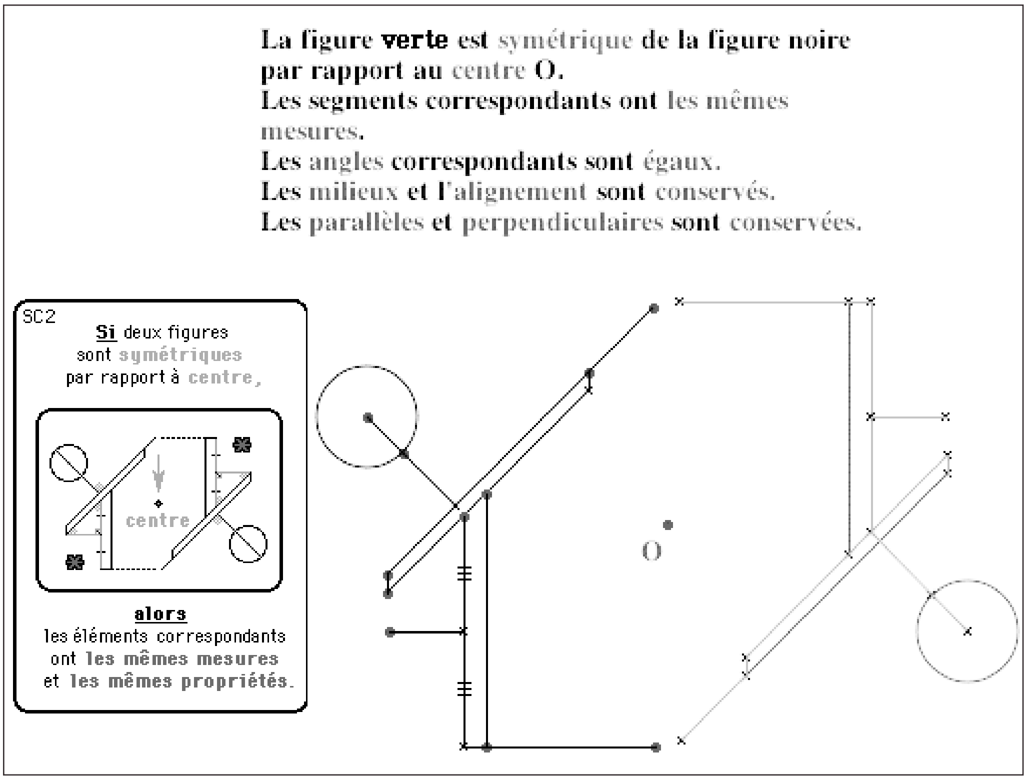
On peut déplacer les trois points (rouges) A, B et C. Quelles que soient leurs positions, le segment [BC] reste perpendiculaire à la droite rouge passant par B. La mesure de l'angle ABC s'ajuste selon la déformation de la figure et la marque de l'angle devient un carré lorsqu'on retrouve l'angle droit.

La deuxième applet affichée ci-dessous est du même type. Elle illustre la propriété suivante : « Si un triangle est un triangle isocèle, alors l'une de ses droites est à la fois hauteur, médiane, médiatrice et bissectrice. »

Les points mobiles sont A, B, C et P. Le triangle ABC reste isocèle. On déplace le point P en observant les quatre droites de sommet P identifiées sur le dessin. C'est lorsque PBC devient isocèle, et seulement dans ce cas que ces droites sont confondues. Cette observation invite à formuler également la propriété réciproque.

Dans le **troisième exemple d'applet** présenté page suivante, on retrouve une idée fréquemment utilisée : la figure Cabri est une reprise fidèle du dessin codé de la carte. Pour la carte de symétrie axiale de 6ème , on a voulu présenter une maison avec son axe de symétrie. En 5ème, pour la symétrie cen-





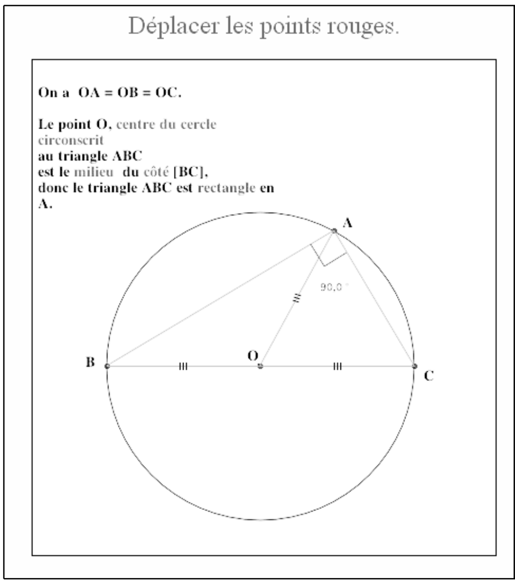
trale, on retrouvera les deux mêmes demi-maisons, mais avec cette double inversion gauche-droite et haut-bas qui étonne toujours les élèves.

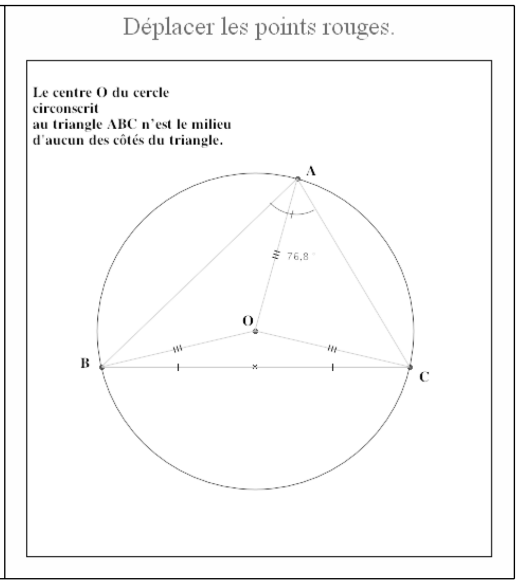
Comme pour la carte de 6ème, le texte descriptif présenté avec la figure déformable est indispensable à la compréhension de la carte. La formulation de la carte a besoin d'être explicitée.

Dans le **quatrième exemple d'applet** de la carte, « Triangle dans un demi-cercle », (page suivante) vous observerez le **changement de texte** de l'applet suivant la position du point O, centre du cercle circonscrit.

« Si dans un triangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu d'un côté, alors c'est un triangle rectangle ».

Cette présentation visuelle est prévue pour favoriser pour plus tard, s'il y a lieu, la compréhension de l'expression : « condition nécessaire », ainsi que l'équivalence entre les propriétés « P implique Q » et « non Q implique non P ». Quelques autres applets sont construites sur ce modèle.





2. Pourquoi avons-nous créé cet environnement ?

L'apprentissage progressif du raisonnement déductif est un objectif qui figure dans les programmes officiels du collège, à partir de la classe de 6ème. Toutes les disciplines y contribuent.

En mathématiques, notre tâche est sans doute des plus difficiles, puisqu'on aborde assez rapidement des domaines purement abstraits comme l'apprentissage du calcul littéral. C'est aussi le cas lorsqu'on vise la résolution effective des problèmes géométriques jusqu'à la rédaction des démonstrations. Dans ce deuxième exemple, la question langagière est un intérêt et une contrainte supplémentaires. Ce sont probablement ces difficultés réelles qui ont suscité un grand nombre de recherches et de productions chez nos collègues enseignants, aussi bien que chez les chercheurs professionnels. La plupart sont fortement influencées par le courant constructiviste. Nous continuons à travailler sur ces productions et sur ces recherches depuis plus de vingt ans. Elles sont devenues des points d'appui dans nos pratiques de classe. Selon les opportunités, il nous est bien commode de pouvoir nous inspirer de l'une de ces activités structurantes finement ciselées : problème ouvert, situation problème, débat pédagogique [4], apprentissage de l'abstraction [5], groupes d'apprentissage [6], projets coopératifs [7]…

4 Voir par exemple : « Problème ouvert et situation-problème » [3] - Arsac G., Germain G., Mante M. – brochure n° 64 de l'Irem de Lyon.
5 Cette méthode de travail est développée par Britt-Mari Barth dans son ouvrage « L'apprentissage de l'abstraction » [4] publié chez Retz en 1988. L'auteur décrit un modèle de construction de concepts en classe, en « pilotant » les interactions dans le groupe.

6 Cette notion est développée dans la thèse de Philippe Meirieu « outils pour apprendre en groupe » [5]. Nous nous en sommes inspirés, dans notre groupe IREM d'Angers pour publier « apprendre en groupe ou des élèves actifs en mathématiques » [6] au CDDP du Maine-et-Loire.
7 Je pense aux divers projets d'action éducative (PAE), projets d'actions culturelles, travaux croisés, itinéraires de découverte …

Ces modèles pédagogiques cherchent à développer chez nos élèves des compétences indispensables au raisonnement déductif : apprendre à observer, réfléchir, évaluer, débattre, argumenter, justifier, prouver, raisonner … En classe, nous les apprécions d'autant plus, que préparés avec soin, ils vont permettent à chacun de s'engager facilement dans le travail et de réussir quelque chose. Dans « l'apprentissage de l'abstraction », Britt Mary Barth justifie ainsi ce type d'approches : « le bien-être, le plaisir, dus à la motivation intrinsèque — celle qui se nourrit par l'activité elle-même — sont des forces puissantes qui stimulent le potentiel pour apprendre ». Nous savons tous comment la dynamique des interactions dans un « bon groupe » peut développer cette motivation pour apprendre, ou de la même façon comment un projet bien conduit en interaction avec les ordinateurs peut réveiller l'intérêt…

Nous nous accrochons d'autant plus à ces idées fortes que nous sommes confrontés à l'absence de volonté d'apprendre, au refus de l'effort, que manifeste une part importante de nos élèves ados. Tout particulièrement en mathématiques. Qui n'a jamais entendu cette remarque déstabilisante : « de toute façon, les maths, c'est trop dur et ça sert à rien » ? Nous avons dans chaque classe des élèves en grandes difficultés voire en refus. Pour eux, les retards scolaires s'accumulent, les bonnes habitudes sociales se perdent, et le goût du travail bien fait disparaît. Alors nous voulons les « remettre en route ». Pour eux et pour toute la classe. Tant mieux si une activité proposée se déroule bien ! Tant mieux si quelques échanges conflictuels[8] construisent ou « réparent » des connaissances. Mais nous savons bien qu'on ne peut pas en rester-là. Le reste ne se fera pas tout seul. Il y aura toujours la leçon à apprendre, les exercices à faire, les futures évaluations à affronter. Pour y arriver chacun a besoin de construire de bonnes habitudes méthodologiques avec de la confiance, beaucoup de la patience, de la rigueur et des efforts. C'est aussi un travail pour plus tard. Plein d'humilité.

8 Le conflit « socio-cognitif » au sens de Piaget.

En construisant l'environnement **Géoclé**, nous nous sommes sans doute engagés dans cette mission impossible de **travailler à la fois dans les deux tensions opposées** : celle du plaisir de « la motivation intrinsèque » éprouvé en participant à une activité bien construite, mais aussi celle de l'effort et de la rigueur, demandés rituellement pour la construction des savoirs et des méthodes « pour plus tard ». Nous cherchons à assurer avec patience et ténacité les tout premiers pas. Nous voulons fixer solidement les premières balises, tout en sachant qu'elles devront pouvoir évoluer en cas de besoin. Nous allons aider l'élève à « **initialiser son apprentissage de la démonstration** ». C'est-à-dire à construire la première étape de son programme personnel d'apprentissage, celle où il va fixer les constantes, le cadre et les premiers outils qu'il utilisera dans la suite. Même s'il n'est pas en mesure d'imaginer clairement ce « plus tard ». Il va devoir forger ses premières « clés pour démontrer », en acceptant avec confiance le guidage méthodique que nous allons lui proposer.

Dès le début de sa 6ème, le nouveau collégien doit transformer profondément ses premières notions géométriques venues de son milieu culturel et de l'école primaire. Par exemple, il confond fréquemment les mots « parallèle », « perpendiculaire », « horizontale » et « verticale ». C'est la même chose avec « carré », « rectangle », « losange » … Parfois certains de ces termes sont même inconnus. Les activités proposées dans les manuels de 6ème et les productions pédagogiques « s'attaquent » à la construction des concepts attendus à partir de toutes les représentations initiales connues. Quelques « bons » élèves en tirent le plus grand profit. Ils s'approprient rapidement les tournures langagières et les méthodes nouvelles. Leur mémoire sait ranger et tenir disponibles les outils nouveaux. Ils exercent naturellement leurs capacités de réflexion, compréhension, imagination… Bref, leur programme personnel d'apprentissage est déjà bien initialisé ! Il fonctionne de façon autonome. La question se pose bien différemment pour tous ceux qui n'ont pas acquis cette dextérité. L'enjeu est alors de faire fonctionner ensemble toutes ces têtes si différentes.

C'est cette tâche ambitieuse que nous voulons réaliser avec Géoclé pour « initialiser l'apprentissage à la démonstration » pour tous. Le cadre doit être suffisamment ferme et adapté pour que chacun puisse y trouver ses points d'appui, et suffisamment ouvert pour développer ses façons d'organiser, ranger, relier, et retrouver à bon escient les outils nécessaires.

Pour que les définitions et les propriétés utilisables dans les raisonnements déductifs soient clairement identifiables par tous, nous nous sommes imposés de les inscrire dans une mise en forme rigide et uniformisée. Elles auront la même forme sur l'ordinateur et sur le papier. Nous avons voulu qu'elles deviennent familières par leur aspect. Le format « cartes » est bien accueilli. On peut découper, colorier, coller ...

Nous profiterons de ce regard positif pour demander une mémorisation fidèle. C'est aussi ça, faire des maths ! Nous redirons qu'il faudra pouvoir abattre la bonne carte au bon moment, à chaque occasion, pour trouver une méthode de construction, pour justifier un pas de raisonnement ou proposer une direction pour démontrer une conjecture. Ce support a été pensé pour nous aider à restaurer, à côté des approches plus innovantes, la tradition un peu oubliée de l'apprentissage systématique de mots, de phrases et de dessins avec un maximum de précision, voire par cœur, avec tous les rituels, et tous les efforts que cela peut impliquer. Tout en recherchant au maximum les situations motivantes et porteuses de sens qui peuvent précéder ou accompagner un tel effort.

Je vais maintenant décrire quelques-unes de mes pratiques de classe, pour suggérer des utilisations possibles de Géoclé dans les finalités que je viens de vous présenter.

3. Comment peut- on utiliser l'environnement Géoclé ?

a. Observer attentivement pour comprendre et mémoriser.

Lorsque le moment de la présentation d'une carte (ou de plusieurs) est arrivé, je peux m'organiser de différentes façons : distribuer la fiche à découper et la faire coller dans le cours, la construire sur le tableau, l'afficher en agrandissement sur papier, ou la consulter sur l'écran. J'invite mes élèves, surtout en début d'année, à relire la phrase et à repérer les mots clés écrits gras. Je les guide dans l'observation du dessin, en précisant la place et le rôle des codages et des couleurs. Je fais imaginer, mimer et décrire les déplacements et les déformations, en pensant à Cabri, à la tortue, à des objets ou des scènes pertinentes. Je propose des reformulations, j'en demande d'autres… Ces échanges en classe me permettent de réaliser un travail de fond sur le **vocabulaire** à connaître, et sur les **phrases** à savoir construire, dire et écrire, en les associant aux **figures déformables**, et en les comparant éventuellement à d'autres cartes. Le but est clairement indiqué aux élèves : c'est de favoriser **leur compréhension et leur mémorisation** de la propriété (ou de la définition) pour une utilisation ultérieure. En même temps, un deuxième objectif tout aussi important est visé : l'entraînement réel de chaque élève au « **geste d'attention** [9]». Même s'ils sont difficiles à diriger, ces deux objectifs me semblent incontournables pour l'aide à l'apprentissage en classe. Ils ne gênent en rien ceux qui sont les plus performants, car ils se trouvent valorisés lorsqu'ils peuvent dépanner un de leurs camarades mis en difficulté par mon questionnement.

b. Comprendre et mémoriser avec méthode.

Lorsque c'est possible dans l'organisation de ma séquence de cours, je continue cette première étape par un **travail dirigé** plus soutenu **de mémorisation**. Ce rituel est assez long à installer au début. Lorsque le groupe l'accepte bien, il devient vite automatique et provoque une activité intense, de deux à cinq ou six minutes, assez dynamisante et efficace. Ce n'est pas toujours possible, en présence d'élèves trop agités, impulsifs, anxieux ou instables.

Pour mettre en place cette activité de mémorisation, j'explique le plus précisément possible **ce que je veux obtenir**, et je décris **comment chacun va travailler**, pour obtenir le résultat attendu. J'informe [10] donc les élèves qu'ils vont devoir mémoriser la (ou les) carte(s), en silence, ici et maintenant, le plus complètement possible, pour la (les) restituer oralement à la classe, afin de tester ce qui aura été appris. Je leur précise également que je demanderai de me décrire le schéma, ou qu'il faudra pouvoir le refaire de mémoire sur le brouillon ou au tableau, avec les codes. Il faudra aussi pouvoir répondre à mes questions sur ce qui a été expliqué et mémorisé, avec le plus de précision possible. Je demanderai éventuellement de décrire la méthode qui a été utilisée pour faire ce travail dans la tête.

Je demande le **premier moment de silence** — de une à deux minutes selon la difficulté — pour que chacun puisse réaliser le projet décrit. Pendant ce temps, comme convenu dans la présentation de la scène, chacun regarde la carte, le tableau ou le cahier avec toutes les informations présente. Chacun relit la phrase, se la répète mentalement, ou repense aux explications, pour vérifier que tout est bien dans sa mémoire ; on photographie, on redessine dans l'espace la figure avec le doigt, on refait le film imaginaire, la petite histoire, on fait des liens avec d'autres cartes, on invente des moyens pour se souvenir de certains éléments … J'accepte parfois que certains s'aident du brouillon s'ils ne peuvent pas s'en passer. J'interdis que l'on parle, même à voix basse. Ceux qui ont besoin du son de leur voix, ou de la voix de quelqu'un d'autre, s'en aideront plus tard, à la maison, ou dans la cour …

9 Terme utilisé par d'Antoine de la Garanderie et décrit notamment dans son ouvrage « les profils pédagogiques » [7]. Je m'inspire de ses propositions dans les formes d'aides que je présente ici.

10 C'est la « mise en projet de mémoriser ».

Je demande ensuite un **deuxième moment de silence** [11], après que l'on ait masqué toutes les informations : les cartes sont cachées, le tableau est effacé… Cette fois chacun repasse et vérifie ce qu'il a mis dans sa tête. C'est un moment de concentration maximale, pour se redire mentalement les phrases avec sa voix, ou les réentendre avec la voix du prof ou celle d'un autre élève, ou pour reconstituer mentalement les explications. D'autres revoient mentalement les photos des mots, des phrases, des dessins, ou la carte complète ; d'autres retrouvent leurs trucs personnels pour se souvenir. Lorsque la dynamique a « bien pris », tous travaillent !

Dans l'étape suivante, je donne la parole à quelques volontaires qui souhaitent **tester ce qu'ils ont effectivement mémorisé.** Quelques autres seront sollicités. C'est le moment de réparer ensemble quelques difficultés. De plus, chacun est invité à détailler, à évaluer, et à **échanger** surtout **lors des premières séances, les méthodes personnelles** qu'il a utilisées et qui ont bien réussi, ou celles qu'il essaiera pour faire mieux. Je demanderai aussi à quoi cette carte pourrait servir, et s'il y a lieu à laquelle elle ressemble, en quoi elle est différente …

Ces quelques moments d'entraînement rituels dans le cadre très contraignant de la classe ne suffisent pas, sauf pour une minorité [12]. Il est important de s'imaginer en train de reprendre cette activité : où, quand et comment on pourra recommencer à la maison, en s'aidant du brouillon, du magnétophone, du grand frère, de maman… L'élève qui progresse est celui qui acquiert rapidement **la conscience des méthodes** qu'il utilise pour apprendre ; il est capable de **les décrire avec précision**, avec les images mentales qu'il utilise ; il a intégré le **projet** de les pratiquer régulièrement ; il aime dire comment il s'imagine en train de réaliser ce travail. L'élève qui réussit déjà est celui qui pratique ces méthodes depuis longtemps. Il est souvent très fier de les décrire et de les enrichir encore.

Chaque fois que l'occasion se présente, je pratique des « **piqûres de rappel** » pour l'aide en classe. Pour justifier une étape d'une construction, ou d'un raisonnement, je demande de **restituer la carte** correspondante, le plus fidèlement possible, par son nom lorsqu'il est « évocateur », par sa phrase, par son dessin, par ses reformulations, et s'il y a lieu avec les « trucs accrocheurs » qui ont été utilisés pour la mémoire. Ce travail gagne à être entrepris fréquemment ; devenant une habitude, il prend de moins en moins de temps, et l'on obtient des reformulations de meilleure qualité, pour ceux qui s'en sont donné les moyens.

Ainsi, les cartes fonctionnent simplement et régulièrement, avec tout leur monde. Elles sont consolidées chaque fois que l'occasion se présente. La précision de toutes les images mentales avec tous les liens tissés garantit la

11 Ce moment souvent absent de nos cours est appelé « pause évocative» par les praticiens de la « gestion mentale ». C'est le moment privilégié pendant lequel l'élève – qui accepte – a une intense activité de concentration, alors qu'il cherche à retrouver et à stabiliser ses images mentales. Sur cette notion voir également [7].

12 Je me suis fait piéger récemment dans ma classe de 5ème à la suite de la leçon «inégalités triangulaires ». Je voulais contrôler si la phrase de synthèse élaborée lors du cours précédent et copiée dans le cahier de cours, avec son schéma pour comprendre et mémoriser avaient bien été appris. Ce n'est pas une carte de Géoclé, mais c'est construit de la même façon.
À ma surprise, au premier sondage, un tiers de la classe lève la main reconnaît ne pas avoir appris la leçon. Je prends les noms pour … Puis j'interroge quelqu'un qui fièrement « sait bien » sa leçon. Alors des doigts se lèvent parmi les fautifs qui avaient eu le courage de se dénoncer : «mais, monsieur, je peux vous la réciter, cette leçon, je la sais très bien ! ». Et c'était vrai …

qualité des apprentissages suivants. On gagne beaucoup lorsqu'on arrive à **persuader l'élève que pour apprendre**, cet **effort méthodique et régulier** d'attention, de concentration, de mémoire et d'organisation, parfois intense, **est nécessaire.** Sinon les connaissances sont volatiles : il manque toutes les balises, tous les points de repère qui permettent de continuer le chemin prévu. On est perdu. Au moment d'agir, les idées, les mots, les phrases ne viennent plus. La tête est vide.

c. S'appuyer sur les cartes comme objectifs d'apprentissage.

Lorsque c'est possible dans mon groupe d'élèves, je vais proposer ces rituels. Pour cela, je dois penser très précisément les situations de classe en fonction des outils à construire. Un peu comme si c'étaient des objectifs-obstacles [13] à franchir, comme des ponts qui n'existent pas encore, pour traverser la rivière et continuer le chemin. Par exemple, pour faire une leçon sur les triangles, je me demanderai quelles seront cartes à construire et à fixer en mémoire, quelles seront les méthodes pour construire des figures ou pour résoudre des problèmes à associer à ces cartes, quels seront les éléments de cours à organiser en complément sur le cahier… Je me demanderai ensuite par quelle activité commencer, ou bien, plus rarement par quelle carte démarrer directement. En fonction des disponibilités (eh oui, les contraintes matérielles !) et de la pertinence, j'essaierai Cabri ou Logo au début du parcours de préférence, en conclusion sinon, et éventuellement on fera un petit tour en salle multimédia, pour activer les cartes concernées avec leurs applets sur le « Géoclé d'Internet ».

d. Première rencontre avec les cartes en 6ème : parallèles, perpendiculaires et Cabri.

Les premières activités géométriques que nous proposons dans notre collège permettent de retravailler ces deux mots, en principe déjà connus, mais souvent confondus ou mélangés avec les notions de verticalité et d'horizontalité. Nous avons également à fixer les concepts de points, droites, demi-droites et segments. Soit six concepts en tout.

Plusieurs objectifs de travail sont regroupés dans la première séquence :
— reconnaître ces six mots sur des figures simples,
— distinguer un objet et son nom,
— coder les noms des objets et reconnaître des codes dans les phrases,
— passer d'une consigne écrite en toutes lettres (« trace la demi-droite d'origine E passant par F »), à une consigne codée (« trace [EF) ») et à la figure (ou faire les deux autres passages analogues).

Lors de l'exploitation orale de ces activités, je demande aux élèves de décrire leurs représentations. Le petit débat qui s'installe permet de trouver des méthodes pour corriger les idées qui ne conviennent pas. On recherche aussi ensemble des moyens efficaces pour mémoriser «à coup sûr» les six concepts. On s'organise pour associer l'objet ou la propriété, avec son nom, son code, et son image ou le film de la construction. Comment lire, comment écrire les phrases avec ces mots ? Comment construire les éléments de figure correspondants ?

Après cette installation, c'est le moment de faire réaliser par Cabri la première figure : trois points, une droite, une demi-droite

13 Ce concept venu du constructivisme, été développé en maths par Gérard Vergnaud au début des années 80. Nous l'avons travaillé, dans les « équipes collèges » avec nos formateurs en sciences de l'éducation : Jean-Pierre Astolfi, Michel Develay, Philippe Meirieu …

et un segment avec les noms des objets …et pour les plus malins, avec les couleurs. Chacun doit retrouver le vocabulaire précis pour commander efficacement l'ordinateur ! Il faut pouvoir préparer dans sa tête une phrase comme « tracer la demi-droite d'origine A passant par B » ! Ou bien savoir traduire la consigne plus « visuelle » : tracer [AB) pour retrouver le mot demi-droite ou son icône dans la boîte à outils, puis se souvenir du crochet comme début du trait et de la parenthèse que le dessin imaginaire traverse pour « continuer jusqu'à l'infini » …

A la séquence suivante, je vais pouvoir présenter les premières cartes en traitant trois nouveaux objectifs :
— exécuter un programme de construction,
— dire un programme de construction,
— résoudre un problème de construction et dire la méthode utilisée.

L'opportunité se présente assez naturellement. Je donne par exemple la consigne « construire un rectangle en utilisant l'équerre et la règle sur une feuille sans quadrillage ».

Après la réalisation de ce travail par les élèves, nous discutons les méthodes trouvées. La description des étapes successives n'est pas naturelle. Garder dans la tête le petit film, bien construit et complet en mémoire non plus.

La première carte est donnée comme « clé » de construction d'une partie de figure :

> « Si deux droites sont perpendiculaires à une autre droite, alors elles sont parallèles entre elles » (propriété D2).

C'est le moment d'aider les élèves à fixer les caractéristiques de cette première carte :
— construction de la phrase en « si … alors … » ;
— début de la phrase (ce qu'on a) avec mot clé en vert, « dans le si » ;
— fin de la phrase avec mot clé en rouge, « dans le alors » (c'est ce que l'on obtient, ce que l'on remarque) ; cette idée arrive ici comme évidence lorsqu'on fait le lien avec la construction des parallèles à partir du glissement de l'équerre sur la règle ;
— codage du mot perpendiculaires (ou de l'angle droit) par le petit carré vert montré par la flèche verte (correspondant au « si ») ;
— codage des parallèles désigné par le cercle avec les deux traits obliques et l'astérisque rouge (correspondant au « alors »).

C'est aussi le moment de revoir, redire et refaire ensemble le glissement de l'équerre sur la droite (et la règle) pour mémoriser la construction des parallèles. On retrouvera ce geste sur le livre, comme un petit film, et on appliquera tout de suite cette méthode pour tracer la parallèle à une droite passant par un point donné.

Il me paraît commode, dès ce début de 6ème, de donner aussi cette deuxième carte :

> « Si un quadrilatère a au moins trois angles droits, alors c'est un rectangle » (propriété QR2).

Elle arrive comme réponse globale au problème précédemment posé, après que l'on ait fait caractériser le rectangle par sa définition angulaire.

Je donne donc cette troisième carte pour la comprendre et la mémoriser :

> « Un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits » (définition QR1).

On discute le mot « quadrilatère », on trouve d'autres exemples que le rectangle, des contre-exemples, parmi ceux que l'on avait décrits auparavant en observant des figures du livre. On commence à se faire une idée sur les mots « définition » et « propriété » des cartes. Pourquoi faut-il apprendre ces mots, ces phrases, ces dessins ? Comment faire ? À quoi serviront-ils ? On cherche à comprendre pourquoi trois angles droits suffisent pour faire ce rectangle. En repensant à l'histoire de la figure, on réalise assez rapidement cette quatrième carte :

> « Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre » (propriété D3).

C'est celle que vous avez vue plus haut, dans la fenêtre de présentation de l'application Géoclé sur Internet. Les élèves viennent de reconnaître leurs quatre premières cartes ! Pour faire de nombreuses figures sur papier et sur écran, avec interprétations, reformulations …

Faire réaliser le rectangle par Cabri renforce cet apprentissage du sens, en obligeant à travailler mécaniquement les phrases compliquées comme « tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par B » [14]. On réalise également que la figure continue d'exister lorsqu'on déplace les points, lorsqu'on la met de travers, lorsqu'on l'étire, lorsqu'on la rétrécit. Elle se déforme, mais les propriétés sont fixes. Ce n'est plus la forme perçue qui prime.

Lorsque les élèves reçoivent ces cartes, ils les colorient selon mes consignes. Ils les collent dans le cahier de cours. Puis je guide le travail d'attention, de compréhension et de mémorisation comme je l'ai décrit plus haut. Au moins pour une ou deux cartes. Pour commencer. Chacun doit apprendre la totalité (dessin, mots, phrases, codes, couleurs …). Après l'étape d'apprentissage, on peut demander de tester sa mémorisation en classe. On s'écoute. Je sollicite aussi ceux qui n'osent pas se manifester. Il est nécessaire de rappeler qu'il faut réapprendre plus tard la leçon complète, avec tous ses détails. Comme on l'a fait en classe, il faudra réactiver la mémoire à la maison avec les cahiers, en écrivant, en parlant, en racontant à maman ou papa au moment de se coucher lorsque c'est possible. On n'oubliera pas non plus d'y repenser tout seul, en voiture, à bicyclette … en imaginant [15] qu'on sera interrogé en classe à un moment ou à un autre !

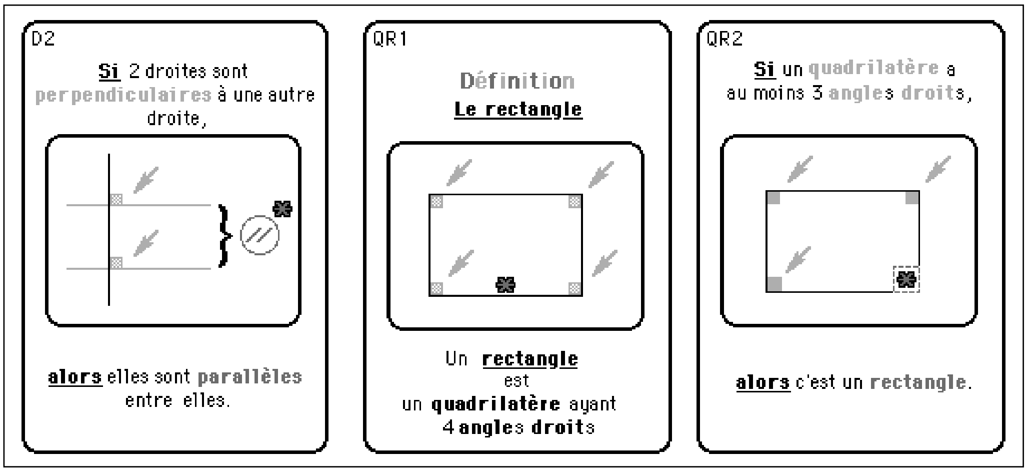
e. Somme des angles d'un triangle et LOGO en 6ème.

Le micromonde [16] Logo permet une approche progressive et motivante de la notion d'angle.

14 J'ai rencontré des élèves qui n'ont compris cette phrase en français, qu'après avoir réussi à en articuler tous les mots grâce au logiciel. C'est un point fort que nous avons observé assez souvent en mettant des élèves en activité sur l'ordinateur avec Cabri et Logo. Nous l'avons également utilisé dans la réalisation de notre logiciel « équations ». Dans ces contextes, les mots sont identifiés avec des commandes effectives à l'ordinateur : ajouter, diviser, factoriser, avancer, tourner … Lorsque l'élève teste une action, ou une suite d'actions (une phrase), le résultat est tout de suite évalué par l'effet produit. Corriger, c'est alors changer une action, plusieurs actions, ou l'ordre des actions.

15 Ce véritable travail de projection dans la scène future qui consiste à s'imaginer le plus précisément possible comme acteur lors de la restitution en classe a été souvent suggéré pour éviter que l'élève ne soit bloqué, la tête vide, alors qu'il savait tout la veille au soir … pour réciter à sa maman. Que signifie être prêt pour le devoir ? L'examen ? La compétition ?

16 Seymour Pappert, en s'inspirant notamment des travaux de Piaget, a développé avec son équipe du M.I.T. cet environnement dans les années soixante-dix. L'idée de base était d'observer comment les enfants s'approprient un langage informatique conçu pour eux pour programmer les ordinateurs en construisant leur monde mathématique, « la mathématie » (voir [1] pour cette notion). C'était au sein du Laboratoire d'Intelligence Artificielle ! Peut-être pourrions-nous garder quelques idées pour développer l'intelligence naturelle …



La plupart de mes élèves pilotent avec plaisir la « tortue » de l'ordinateur après une courte présentation. Le petit triangle au milieu de l'écran avance, recule, tourne à droite, à gauche… Il suffit de lui écrire les phrases qu'il sait reconnaître. On parle au petit robot presque comme on parle à un camarade [17] « avance de 100 pas, recule de 100 pas, tourne à droite de 90 degrés [18] » et voilà le premier dessin d'angle droit qui apparaît [19] ! En langage tortue, on écrit :

AV 100 RE 100 TD 90 AV 100

Pour faire un angle de 1 degré avec retour au sommet :

AV 100 RE 100 TD 1 AV 100 RE 100

Et pour peindre une part de 50 degrés en faisant gigoter la tortue :

REPETE 50
[AV 100 RE 100 TD 1 AV 100 RE 100]

Les notions d'angle et de mesure d'angle se construisent assez facilement avec LOGO, à condition de faire le lien avec les activités traditionnelles tableau-papier-crayon pour apprendre le vocabulaire habituel et l'écriture des noms. C'est aussi un bon modèle pour apprendre à faire les constructions avec le rapporteur. Dans la tête, un angle est modélisé par le compas avec ses deux jambes, les deux aiguilles d'un cadran, ou les deux demi-droites de même origine de Cabri … L'attribut principal du concept d'angle est sa grandeur. Non, pas celle des côtés perçus, plus ou moins grands, ni celle de la surface approximative enfermée entre ces deux « barres », ni cette longueur qui sépare les deux extrémités. Peu importe le côté que l'on ramène sur l'autre pour penser cette grandeur. On remarque qu'il est inutile, sur le papier, de distinguer si on a tourné à droite ou à gauche. Il est inutile de compter le nombre de tours tant qu'on n'en a pas

17 Le pilotage de la tortue, au-delà des avantages d'une géométrie décrite par un langage de mouvements et de nombres, permet de travailler une forme de pensée intéressante : la « décentration ». L'élève est invité à s'imaginer à la place du robot sur l'écran, en ressentant les positions, les mouvements produits successivement et en anticipant les suivants. Il travaille ainsi les mots et les phrases en même temps que sa propre psychomotricité.

18 Il y a toujours quelqu'un dans la classe qui sait que l'angle droit - celui de l'équerre - mesure 90 degrés. Tout comme l'eau bout à 100 degrés !

19 Pour utiliser la tortue, on peut télécharger gratuitement le jLogo d'Emmanuel Guillot, ou utiliser son applet en ligne à l'adresse suivante http://guillot.emmanuel.free.fr/jLogo/ [8].

besoin ! Ce qui importe, c'est de savoir si « ça » tourne un peu, beaucoup, à peu près deux fois plus, trois fois plus …

Avec un peu d'entraînement au pilotage de la tortue, et en liaison avec le tableau et le papier, ces quelques idées clés favorisent une reconnaissance intuitive de la mesure des angles utile pour l'auto-évaluation. En « pensant tortue », on arrive aussi à faire des petits raisonnements déductifs : somme d'angles, mesures d'angles avec des bissectrices, mesures de complémentaires, de supplémentaires …Et sans même s'en rendre compte, on s'habitue à additionner les nombres relatifs [20] ! Le plus simplement du monde …

Pour aller un peu plus loin, notamment pour faire raisonner les élèves avec les angles des triangles isocèles, équilatéraux et rectangles, ou pour vérifier par le calcul les mesures des angles trouvées dans un triangle, ou pour trouver celle qui manque, il me paraît important de m'appuyer sur une construction solide de la « carte de Géoclé » qui est nécessaire :

« Dans un triangle, la somme des angles est 180 degrés ».

Pour la tortue, l'angle droit, c'est celui de 90 degrés, c'est un quart de tour. L'angle plat fait le double soit 180 degrés ; c'est un demi-tour. Enfin, 360 degrés correspondent à un tour complet ou deux demi-tours. Pour ce dernier, c'est comme si on n'avait pas bougé !

Je dessine au tableau un grand triangle, avec un côté qui monte. Je m'identifie à la tortue. Je vais faire le tour complet du triangle, en partant du bas. Je ne m'occupe que de mes rotations à chaque sommet. Je dis ce que je fais « en me déplaçant » :
— Je pars du premier sommet, je monte vers le Nord sur le premier côté.
— Au deuxième sommet, je fais un demi-tour à droite pour revoir le premier côté, puis je tourne à gauche de « l'angle 1 » pour partir sur le deuxième côté et continuer mon chemin.
— Je continue jusqu'au troisième sommet, puis je fais un demi-tour à droite pour regarder derrière, puis je tourne à gauche de « l'angle 2 », pour continuer mon chemin sur le triangle jusqu'au sommet du départ.
— Lorsque je suis sur ce sommet, je fais encore un demi-tour à droite pour regarder derrière, puis je tourne à gauche de « l'angle 3 » pour retrouver ma direction vers le Nord.

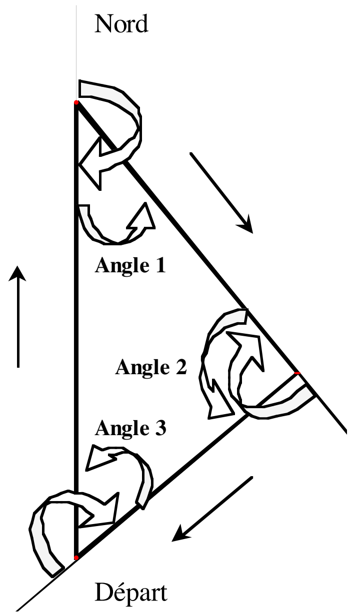
En repensant au petit film que je viens de décrire, avec sa petite histoire, je comprends que j'ai fait exactement un tour complet à droite autour du grand triangle, pour retrouver ma position et mon orientation initiale. C'est la même chose que de faire *deux demi-tours successifs à droite.* Pourtant, j'ai fait réellement *trois demi-tours à droite et trois angles à gauche*, pour obtenir le même résultat. Le demi-tour à droite en trop est donc annulé par les trois rotations à gauche.

Ce qui signifie que dans ce triangle, ou dans n'importe quel autre :

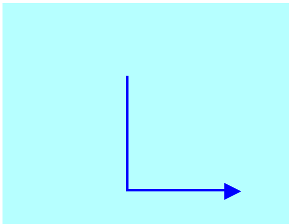
« l'angle 1 » + « l'angle 2 » + « l'angle 3 » = 180°

(un demi-tour).

20 Remarquez par exemple que si vous faites :
AV 100 RE 50 AV 120 RE 50
Vous obtenez le même déplacement qu'avec :
AV 220 RE 100
Ou même tout simplement :
AV 120.
C'est exactement la même idée lorsque vous pensez :
« Je gagne 100 points, puis j'en perds 50, puis j'en gagne 120 puis j'en perds 50 ».
C'est comme :
« Je gagne 100 + 120 et je perds 50 + 50 » donc finalement « je gagne 120 » …



L'angle droit



AV 100 RE 100 TD 90 AV 100

« Demande à la tortue de faire un angle droit. »

L'angle de 50°

REPETE 50 [AV 100 RE 100 TD 1 AV 100 RE 100]

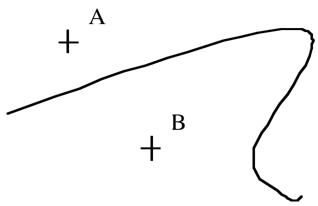
« Mets ton doigt sur l'écran à l'endroit où tu penses que la tortue va arriver. »

Ce modèle de pensée est bien commode pour comprendre que pour le tour d'un triangle équilatéral on fait trois fois 120° à l'extérieur. Chaque angle intérieur fait donc 180° – 120°. Voilà de bonnes idées pour entreprendre le tour des polygones réguliers et autres étoiles …

f. Trouver la médiatrice pour avoir un point équidistant … en début de 5ème.

Cette petite situation-problème vise à réutiliser certaines des propriétés des quatre droites des triangles, avant le rappel en classe ou après le rappel.

C'est l'histoire classique des deux villages A et B qui doivent construire ensemble un pont sur la rivière qui les sépare. Ce pont doit être situé à égale distance des deux villages « pour éviter tout conflit » …



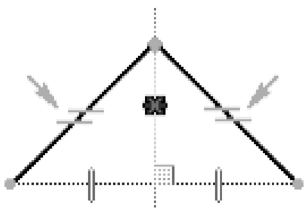
L'idée de la médiatrice est très rarement trouvée « spontanément » en classe, même lorsque les élèves ont déjà cherché des points équidistants des deux extrémités d'un segment donné…

Même si on les a amenés à réaliser et à mémoriser la propriété caractéristique des points, en travaillant les phrases suivantes.

« Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment ».
« Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des deux extrémités de ce segment ».

Il est clair que l'habillage du problème fait obstacle : le segment n'apparaît plus, alors qu'il est dans le cours, ou l'exercice antérieur et la courbe bizarre détourne toute l'attention.

Trois habitudes de pensée que l'on travaille dans le micromonde Géoclé aident quelques élèves à franchir ces deux obstacles. Les premiers exploitent le travail systématique fait sur les mots clés : « égale distance » renvoie à « équidistance » puis à « médiatrice ». Ce sont ceux qui pratiquent volontiers les reformulations. L'une des expressions fonctionne comme terme inducteur, et le tour est joué.



Pour quelques autres, c'est le travail imaginaire [21] qui a été fait lors de la description de l'icône à apprendre qui devient un bon catalyseur. « Je suis sur le point vert, et je me déplace en regardant les deux extrémités du segment. J'observe les deux distances qui me relient à chacun des deux points. Je m'oblige à les garder égales, sans dévier… Je sais que je ne dois pas m'éloigner de la médiatrice ».

21 C'est le procédé du « voyage imaginaire » décrit par Linda V. Williams dans son livre « Deux cerveaux pour apprendre » [9]. C'est celui du tour du triangle « en Tortue » !

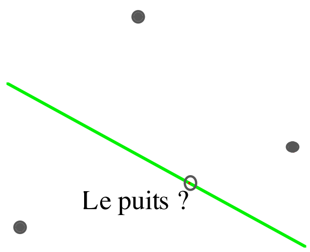
Enfin les autres évoquent Cabri et un travail que nous faisons parfois en classe : deux points fixes sont donnés, prendre un troisième point mobile, mesurer ses deux distances aux points fixes, déplacer le point mobile avec la souris, en essayant de garder les distances égales. L'exercice est difficile. Pour aider, on invite les élèves à anticiper la forme de la trace du point mobile ! Ce mode de pensée est différent du voyage imaginaire. Cette méthode pour fixer la mémoire est choisie par ceux qui ne parviennent pas à s'impliquer dans une scène à mémoriser et qui se souviennent facilement d'une image mobile vue sur un écran.

Dans ces deux derniers cas, où ce sont les images qui dominent, je peux demander à quelques élèves de raconter ce qu'ils ont imaginé ou fait et vu pour renforcer les acquisitions. Certains souhaitent préciser leurs idées pour mémoriser le maximum d'informations sur les propriétés. Je conseille également à ceux qui travaillent d'abord avec les mots et les phrases, d'imaginer visuellement, la figure avec ses marques, ses couleurs, le film de sa construction ou de son animation …

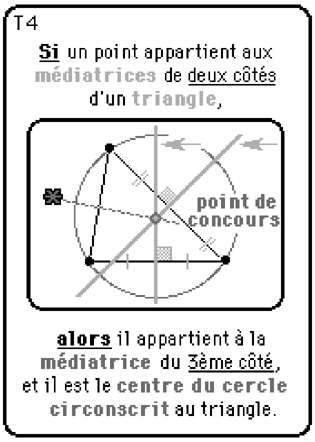
g. Trouver le centre du cercle circonscrit en début de 5ème pour l'utiliser en 4ème.

Après la découverte « du pont », on peut proposer la recherche du centre du cercle circonscrit à un triangle en enchaînant la situation-problème suivante tout aussi classique : « trouver à quel endroit il faut percer un puits pour qu'il soit à égale distance de trois villages non-alignés ».

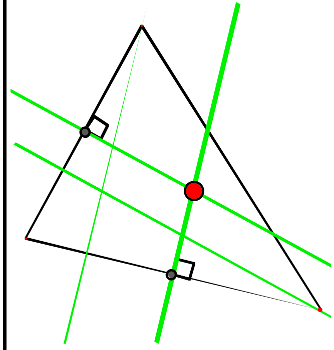
Le plus difficile est d'oser « sortir » de la figure vue globalement pour fixer l'attention sur deux villages parmi les trois, puis d'inven-



Le « problème du puits »



La réponse synthétique



L'exercice d'application

ter une première médiatrice, en évoquant la carte correspondante ou la réponse au « problème du pont », puis de faire la même démarche pour deux autres villages, en trouvant une deuxième médiatrice … puis enfin de réaliser que le problème est résolu pour le dernier couple de villages avec le point qu'on a déjà trouvé. Pour trouver, il a fallu décider d'utiliser une pensée « linéaire » en trois temps successifs. Elle est particulièrement difficile à inventer ici, car quand on commence ce chemin par un bout, on ne voit pas du tout comment il va pouvoir aboutir. On retrouve souvent cette grande difficulté pour la découverte d'un « chemin de démonstration ». Pour trouver, il faut décider de faire un premier pas, à partir du possible, sans être sûr, puis d'en enchaîner un deuxième, sans être sûr, et ainsi de suite jusqu'à l'arrivée ; sinon, on recommence …

Inciter à utiliser les cartes pour démarrer débloque parfois quelques élèves surtout ceux qui se raccrochent à l'idée clé d'« équidistance » en premier ; évoquer « le pont » en aide quelques autres qui gardent bien les images.

Une fois que chacun est bien convaincu qu'une bonne méthode permet de trouver la position du puits, on redit étape par étape ce qu'il faut faire et comprendre. Après quelques reformulations, on peut donner pour mémoriser la carte construite. Elle apparaît comme une réponse synthétique au « problème du puits ».

Voici un autre exercice pour provoquer l'application de la carte précédemment trouvée, associée à quelques autres plus familières, puis pour réaliser une nouvelle fois ce que peut signifier pour l'élève de 5ème « faire une démonstration ».

« Tracer un triangle, puis deux de ses hauteurs. Construire les milieux des côtés

« où arrivent » chacune de ces deux hauteurs. A chaque hauteur correspond ainsi un milieu de côté. Construire la droite parallèle à chaque hauteur passant par le milieu associé. Trouver la propriété du point d'intersection de ces deux droites.»

L'utilisation de Cabri favorise la découverte de la réponse grâce à la mobilité. Les invariants apparaissent plus facilement. Le texte est volontairement proposé sans mesures, pour éviter la contrainte de penser à un triangle fixe. Cet obstacle est réel sur le papier. Une fois la figure faite et l'idée trouvée en classe, on nomme les points de la figure. On identifie, puis on reformule les cartes qui interviennent, en les contextualisant. Faire la démonstration, ce sera enchaîner dans une petite histoire les objets de l'énoncé, avec d'autres que l'on a rangés dans la mémoire : « définition de la hauteur », « deux parallèles par un point », « définition de la médiatrice », « cercle circonscrit ». On s'entraîne à dire un texte démonstration avec l'aide du prof, avant d'essayer d'en écrire quelques lignes sur le brouillon, pour les tester à nouveau dans la classe. Et le puzzle s'assemble lentement.

A propos de cercle circonscrit, j'ai été agréablement surpris de retrouver récemment deux souvenirs de 5ème d'une netteté exceptionnelle et immédiatement disponibles en début de 4ème ! Je profite d'un bon moment d'écoute pour griffonner au tableau un schéma de triangle rectangle et je demande à la classe : « comment trouver le centre du cercle circonscrit ? ».

Une première élève demande tout de suite la parole. Un autre doigt se lève. Après quelques instants, on écoute les idées : la première élève propose la méthode de la carte de 5ème reformulée étape par étape. Je trace donc à main levée une médiatrice, puis une autre médiatrice qui se coupent dans le brouillard… Mais où donc ?

Le deuxième élève nous explique qu'il a dans sa tête un rectangle qui complète la figure, avec ses deux diagonales, donc le centre est …

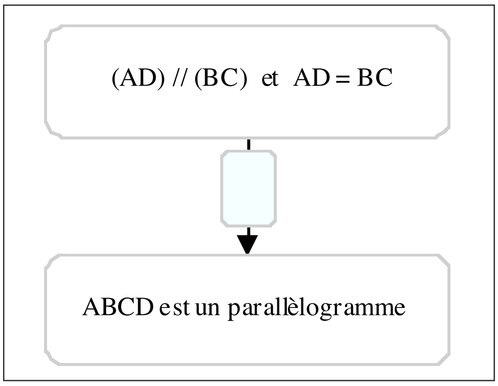
L'affaire est vite close : les cartes correspondantes pour le triangle rectangle sont données. A reformuler, à mémoriser…Un moment qui a « bien tourné » pour aider à oublier tous ceux où l'on s'enlise tous ensemble !

h. Choisir les cartes pour démontrer en 5ème (ou début de 4ème).

La construction progressive de Géoclé en classe (voir sa « petite histoire » au chapitre suivant) nous incite à proposer dès la 5ème les activités que je vais présenter maintenant. Les années d'avant Géoclé, elles apparaissaient plutôt en 4ème, avec une approche moins structurée. En effet, un jeu important de cartes est maintenant disponible beaucoup plus tôt, et il devient intéressant à l'issue de certains chapitres d'en forcer la discrimination fine chez les élèves. La forme de l'exercice est simple, accessible à chacun. Ce qui est complexe, c'est de s'organiser dans un nombre important de choix possibles, mais proches.

L'occasion se présente par exemple avec le travail sur les angles et les droites (correspondants, alternes-internes et parallèles, complémentaires, angles des triangles …) ou plus nettement lors de l'étude des quadrilatères avec les propriétés qui les relient : 26 cartes sont disponibles pour cette famille. Impossible de s'en sortir simplement si on n'a pas acquis des idées claires sur ces concepts et travaillé leurs liens de parenté multiples. Par exemple, redresser un parallélogramme [22] articulé pour lui faire un angle droit donne un rectangle, ou bien si on imagine un parallélogramme avec des diagonales étirables, dès qu'elles ont la même longueur, on passe au rectangle, et si on les redresse pour faire un angle droit, on arrive au carré !

Pour traiter cet objectif, nous faisons compléter des séries de schémas du type suivant : une hypothèse, une carte, une conclusion. Deux informations sont connues sur les trois.



Chacun doit compléter les schémas en travail individuel, au moins dans un premier temps. Les difficultés les plus importantes s'observent lorsque c'est la carte qui manque. C'est le fameux obstacle de la « justification » élémentaire des raisonnements. Quand il sera franchi, on pourra s'en affranchir, et se contenter d'un raisonnement bien contextualisé où hypothèses et conclusions se trouvent reliées avec rigueur. Ce qui nécessite d'avoir la bonne propriété en tête, sous quelque forme que ce soit.

Pour aller un peu plus loin dans ces exercices d'entraînement, nous proposons de travailler le passage des mini-démonstrations trouvées à l'aide d'un organigramme avec cartes comme ci-contre à l'écriture d'un texte assez normalisé, pour que chacun puisse commencer à s'approprier une méthode d'écriture.

Les élèves ont eu connaissance de textes plus élaborés auparavant. Mais ici, il s'agit de préparer des productions individuelles comme celles que l'on peut évaluer en devoir. Même avec ce travail de guidage fort, un nombre important d'élèves de 5ème sont très perturbés par leurs difficultés langagières. Raison de plus pour s'y attaquer une nouvelle fois !

Ce travail sur les fiches-papier [23] gagnerait sans doute à être prolongé par une rédaction complète sur machine avec un traitement de texte, en s'aidant éventuellement du collage des phrases de Géoclé. On peut également fournir des organigrammes de démonstration plus complexes pour les traduire en texte, ou réorganiser les morceaux d'un texte d'une démonstration déjà rédigée, et mélangés. Un puzzle sur papier ou carton à reconstituer en petits groupes nous aide également dans cette approche de la rédaction des démonstrations.

---

22 Cette façon de penser est vite acquise avec Cabri, ou en redressant la figure en barres de mécano . Il y a quelques années, quand c'était la mode, certains apprenaient à la tortue la procédure suivante pour faire un parallélogramme :

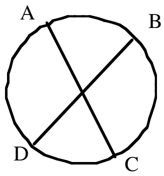
```
POUR PARA :COTE1 :COTE2 :ANGLE
REPETE 2
[AV :COTE1 TD :ANGLE  AV :COTE2 TD 180 - :ANGLE]
FIN
```

Les mêmes voyaient vite que PARA 100 50 90 donnait un rectangle, et que pour avoir un carré il suffisait d'écrire PARA 150 150 90. Faut-il vraiment un IDD pour oser le refaire à nouveau ?

23 Les extraits présentés proviennent de deux documents que nous avons mis en ligne sur le site m@ThICE téléchargeables au format pdf : « trouver la carte » et « démontrer » [2].

D3.

[AC] et [BD] sont deux diamètres d'un même cercle.
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?



Puisque [AC] et [BD] sont des diamètres,
je sais que [AC] et [BD] ont le ....

Or **si** ....
....
alors ....

Donc ABCD..

De plus, **je sais que** [AC] et [BD] sont de la ....

Or **si** ....
alors ....

Donc ABCD..

4. Petite histoire de la construction de Géoclé.

Dans les **années quatre-vingt-dix** un environnement basé sur une interface graphique, un hypertexte et un langage orienté objet apparaît sur Mac (Hypercard avec ses scripts Hypertalk). Notre groupe Irem a commencé aussitôt à réaliser un paquet de cartes-problèmes sur lesquels l'hypertexte renvoyait à une base de données de connaissances, elle-même reliée à des images Cabri. Le but était de favoriser la mise en relation des problèmes, des connaissances et des images.

La non-portabilité de nos cartes sur des matériels PC nous a obligés à repenser ce problème. Nous avons alors développé avec l'équipe de professeurs de maths du collège de Connerré un travail papier-crayon pour nous rendre compte de la validité de notre approche. Le premier cahier de charges et les premiers choix pour la réalisation de la base de donnée Internet se précisent progressivement, en même temps que les premières introductions des cartes en classe.

En **1998-1999**, les 24 premières cartes-papier sont terminées et utilisées dans plusieurs classes de 4ème . Quelques introductions sont également proposées en 5ème. En Juin, la première version de « Géoclé » programmée en HTML et Javascript est mise en ligne sur Internet sur le site m@ThICE. Elle fonctionne avec les navigateurs Netscape 4 et IE4. Les requêtes par leçons et à partir de la liste des premiers mots clés sont déjà possibles.

En 1999-2000, les premières cartes sont améliorées ; 56 cartes sont maintenant disponibles sur l'ordinateur. Les tris par mots-clés sont complétés et améliorés. Des reformulations pour chaque phrase apparaissent. Les applets Cabri Java sont implantés pour les 20 premières cartes.

A Connerré, des cartes papier ont été intégrées à diverses activités de 6ème, par tous les professeurs de maths de l'équipe. Quelques élèves utilisent Géoclé lors d'accès « personnels » à Internet, chez eux, à la bibliothèque municipale, ou au CDI, pour s'aider dans leurs leçons. Une classe de 3ème du collège du Lude a testé le logiciel lors d'un accès à la salle info. Ces travaux ont été discutés avec une équipe d'une quinzaine de profs de maths au Mans lors d'un stage collège en Mai, ainsi que lors d'un atelier organisé pour le colloque Inter-Irem 1er cycle en Juin.

En 2000-2001, les cartes ont été revues et codées pour une meilleure utilisation en classe. Les codes suggèrent la classification en leçons. Une même carte peut appartenir à deux leçons. La production de cartes a continué : il y en a maintenant 76. Il a fallu repenser complètement le mode de tri : le nombre de mots-clé est devenu important (62), et les recherches se complexifient. La même liste est utilisée pour faire les requêtes par mots clés en données ou en conclusions. Pour faciliter les recherches, nous avons dû reclasser ces mots en 6 rubriques, car le parcours d'une liste si longue n'avait plus de sens. Nous avons abandonné la recherche par méthodes : « comment obtenir ... », que nous avions implantée lorsque les cartes étaient peu nombreuses.

Cette option faisait double emploi avec la recherche par mots-clés en conclusion, à quelques reformulations près. La nouvelle liste des mots clés a été reconstruite en conséquence, et nous avons redéfini leur attribution à chaque carte. La recherche se fait maintenant par « idée proche », en plus uniquement par les mots coloriés des cartes (exemple :droites perpendiculaires et angle droit sont synonymes).

La présentation générale a été améliorée, et le nouveau bouton « calepin » a été créé pour afficher ensemble les cartes choisies.

De nouvelles utilisations des cartes en classe sont travaillées à Connerré. Certaines sont proposées sur le site m@ThICE associées à des fiches d'activités Cabri et Logo.

En Juin 2002, les 80 cartes projetées sont en ligne, avec les 80 applets CabriJava, « les cartes vivantes », en plus des «cartes photos ». De nombreuses corrections et mises à jour ont été effectuées, proposées par de nouveaux utilisateurs du site m@ThICE, et par nos derniers stagiaires 2001-2002.

5. Comment a été développé le logiciel « Géoclé » ?

Les données nécessaires à la réalisation de Géoclé sont structurées à l'aide d'un gestionnaire de données multi fichiers. Dans le fichier principal, chaque fiche correspond à une carte, avec toutes les informations qui l'accompagnent. Les fichiers reliés sont celui des 64 mots clés, celui des 6 rubriques clés pour classer les mots clés, celui des leçons et le dossier d'images « .gif ». Un dossier d'images cabri « .fig » est également préparé pour les applets. Les dessins des cartes sont réalisés par un éditeur graphique, ajustés au point par point.

Cette méthode permet une mise à jour de toutes les données nécessaires pour les tris de Géoclé sur Internet. Ces données sont codées automatiquement dans chaque fiche du gestionnaire pour être envoyées et utilisées directement dans des tableaux de constantes de Javascript. Les pages HTML visibles sont générées de façon dynamique à partir de toutes ces données par des scripts Javascript selon les choix faits. Les scripts sont écrits dans les divers documents HTML hiérarchisés entre eux.

6. Pour faire le point ...

En quelques mots, à propos d'un travail incertain, jamais fini …

Pour nos jeunes ados du collège, avec Géoclé, commençons-nous réellement ce chemin vers l'apprentissage de la démonstration ? Le micromonde construit est-il suffisamment stable pour bien s'y appuyer ? Est-il suffisamment modifiable pour bien le réorganiser ? Chacun peut-il trouver sa façon d'y entrer ?

Pour nous, les profs, c'est comme pour chaque cours : le guidage proposé sera-t-il suffisamment fort pour ne pas abandonner certains au bord du chemin ? sera-t-il suffisamment souple pour permettre à d'autres de découvrir librement des idées nouvelles ?

Abordons-nous l'essentiel ? Avons-nous des évaluations positives ?

Bien sûr, il n'y aura pas de problème pour Aurélie qui en 4ème sait trouver ses méthodes et les dire clairement, et qui sait construire et écrire ses démonstrations avec une précision d'horlogerie. Par contre on sera plus modeste pour son camarade Mickaël, en échec sévère. Il n'a apparemment jamais été capable de prononcer une phrase explicative en maths, ne connaissant ni le vocabulaire, ni les structures langagières. Il sera satisfait quand il restituera à la classe une définition comme celle de la médiatrice, en entier, et en comprenant tous les mots utilisés ! Charles en 5ème qui a de gros problèmes de lecture et d'écriture aime développer ses qualités d'écoute, de mémoire, de réflexion et d'expression orale. Il en profite pour donner à ses camarades, ses façons de penser et ses méthodes pour aboutir au résultat. D'autres élèves expliquent volontiers comment ils utilisent pour penser les images déformables, les mouvements de la tortue, les pièces du mécano, ou bien d'autres inventions…

Je voudrais bien rencontrer et préserver cette dynamique le plus souvent possible !

Bibliographie.

[1] Pappert Seymour - *Jaillissement de l'esprit* - Flammarion 1981

[2] Guillot Jean-Louis - *Les m@ths au collège avec les TICE* - http://perso.wanadoo.fr/jean-louis.guillot/

[3] Arsac G., Germain G., Mante M. - *Problème ouvert et situation-problème - brochure n° 64* - Irem de Lyon

[4] Barth Britt-Mari - *L'apprentissage de l'abstraction* - Retz 1992

[5] Meirieu Philippe - *Outils pour apprendre en groupe* - Chronique sociale 1989

[6] Irem des Pays de la Loire, groupe d'Angers - *Apprendre en groupe* - CDDP de Maine-et-Loire 1997

[7] De la Garanderie Antoine - *Les profils pédagogiques* - Le Centurion 1980
[8] Guillot Emmanuel - *jLogo* - http://guillot.emmanuel.free.fr/jLogo/
[9] Williams Linda V. - *Deux cerveaux pour apprendre* - Les Editions d'Organisation 1988

Le lecteur pourra également consulter quelques publications sur des thèmes mathématiques proches de notre sujet :

- Duval Raymond, Egret Marie-Agnès - *Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif* - repères n° 12, Juillet 1993
- Massot Annick et Jaffrot Michel - *Quelques outils et quelques activités pour l'apprentissage de la démonstration* - repères n° 12, Juillet 1993
- Massot Annick ; Poulain Brigitte - *Dire, lire et écrire des mathématiques au collège* - repères n° 37, Octobre1999
- Marot Madeleine - *Une approche de la démonstration au collège* - repères n° 39, avril 2000
- Capponi Bernard - *De la géométrie de traitement aux constructions dans Cabri-géomètre II au collège* - repères n° 40, Juillet 2000
- Barbin Évelyne - *Qu'est-ce que faire de la géométrie ?* - repères n°43, Avril 2001
- Duperret Jean-Claude - *Le geste géométrique ou l'acte de démontrer* - repères n°43, Avril 2001
- Bkouche Rudolf - *Du raisonnement à la démonstration* - repères n° 47, Avril 2002
- Barbin Evelyne, Duval Raymond, Houdebine Jean, Laborde Colette - *Produire et lire des textes de démonstration* - Ellipses Paris 2001
- Houdebine Jean (sous la direction de) - *La démonstration, écrire des mathématiques au collège et au lycée* - Hachette Education 1998
- Arsac Gilbert, Chapiron Gisèle, Colonna Alain, Germain Gilles, Guichard Yves, Mante Michel - *Initiation au raisonnement déductif au collège* - Presses Universitaires de Lyon 1992

Pour aller un peu plus loin en précisant quelques idées fortes qui ont inspiré le travail présenté, le lecteur pourra consulter les publications de pédagogie, de recherche ou plus généralement de Sciences Humaines suivantes :

- De la Garanderie Antoine - *Pédagogie des moyens d'apprendre* - Le Centurion 1987
- De la Garanderie Antoine - *Le dialogue pédagogique avec l'élève* - Le Centurion 1987
- De la Garanderie Antoine - *Comprendre et imaginer* - Le Centurion 1987
- De la Garanderie Antoine - *La motivation : son éveil, son développement* - Le Centurion 1996
- Geninet Armelle - *La Gestion Mentale en Mathématiques* - Retz 1993
- Taurisson Alain - *Pensée mathématique et gestion mentale* - Bayard Editions 1993
- Debray Rosine - *Apprendre à penser : le programme d'enrichissement instrumental de R.*

Feuerstein : une issue à l'échec scolaire et professionnel - Eshel Paris 1989
- Trocmé-Fabre Hélène - *J'apprends, donc je suis* - Les Editions d'Organisation 1990
- Richard Jean-François - *Les activités mentales : comprendre, raisonner, trouver des solutions* - A Colin 1990
- Meirieu Philippe - *Apprendre... oui, mais comment* - Editions ESF 1988
- Astolfi Jean-Pierre - *A propos des styles d'apprentissage* - Cahiers pédagogiques n° 336, 1995
- Lieury Alain - *Mémoire et réussite scolaire* - Dunod 1997
- Nimier Jacques - *Mathématique et affectivité* - Stock 1976
- Moyne Albert - *Relation d'aide et tutorat* - Editions Fleurus 1983
- Rogers Carl - *Le développement de la personne* - Editions Dunod 1991
- Bandler R. et Grinder J. - *Les secrets de la communication* - Editions le Jour 1982
- Cayrol A. et Saint Paul J. - *De derrière la magie* - Inter éditions 1982