SOMMAIRE DU N° 79

Dates limites de soumission des articles
pour parution dans le n° 80 : *15 février 1999*
pour parution dans le n° 81 : *15 avril 1999*

Mot de la présidente

Nous sommes entrés depuis quelques mois dans une période de turbulence, qui a ébranlé nos organismes de tutelle : le projet de réforme de l'organisation du CNRS, présenté début octobre sans concertation préalable, a soulevé l'inquiétude de toute la communauté scientifique ; la Direction de la Recherche du ministère a été paralysée pendant des mois (Pierre-Louis Curien et Didier Robert, en charge du département de mathématiques et informatique de cette direction, ont démissionné au 1er octobre).

Au moment où j'écris ces lignes, la tempête est peut-être en train de se calmer. Une nouvelle équipe s'est mise en place à la Direction de la Recherche autour de Vincent Courtillot ; Claude Puëch, informaticien, professeur à l'université Joseph Fourier, succède à P.L. Curien et les perspectives de collaboration avec lui sont excellentes. Du côté du CNRS en revanche, nous ne sommes pas encore rassurés : le Comite National s'est autoconvoqué en séance plénière le 14 décembre pour lancer une réflexion sur les réformes — dont il ne nie pas la nécessité — et il semble que cette journée a été positive et constructive (un premier rapport de synthèse est consultable sur notre serveur). Nous attendons maintenant du ministre qu'il engage la suite de ces débats.

Le monde de l'édition scientifique est lui aussi entré dans une phase de bouleversements, dus à des avancées technologiques, au développement de l'édition électronique, ainsi qu'à des restructurations économiques – ainsi Springer-Verlag vient de se faire racheter par le géant Bertelsmann. Après le rachat de Gauthier Villars par Elsevier, la tendance vers la concentration de l'édition au sein de grands groupes fonctionnant sur des critères de rentabilité très élevée se confirme. Cela entraîne une explosion des coûts et des difficultés croissantes pour les bibliothèques. Pour tenter de coordonner la recherche de solutions, la SMF et le RNB (réseau national des bibliothèques) ont organisé le 17 octobre à l'ENS une réunion qui a rassemblé près de 70 personnes et dont vous pouvez lire le compte-rendu sur le serveur.

Le développement de l'électronique a modifié nos habitudes de travail, il est en train de modifier nos habitudes éditoriales : c'est pourquoi notre serveur `http://smf.emath.fr` devient une vraie publication SMF, il contient désormais des informations qui apparaissaient auparavant dans la *Gazette* et par sa souplesse il nous permettra de mieux « coller » à l'actualité.

Nous nous interrogeons aussi sur l'avenir de l'Officiel sous sa forme papier traditionnelle (qui impose en particulier des contraintes de délai et des limitations du nombre de pages), d'autant plus qu'il existe aussi un journal électronique d'annonces : l'ACM (Agenda des Conférences Mathématiques). Dans un premier temps, nous avons decidé depuis le mois de novembre de mettre l'Officiel en ligne sur le serveur et nous sommes dans une phase de mise en place de collaboration avec ACM.

Comme je vous le disais dans le précédent numéro, il va falloir trouver un nouveau statut pour le CIRM. Une commission nommée par le Conseil de la SMF y réfléchit. En attendant ses conclusions, nous avons demandé à Jean-Pierre Labesse, actuel directeur, dont le mandat s'achève fin août 99, de rester pour une année supplémentaire. Je le remercie d'avoir accepté et je le remercie également pour tout le travail qu'il a accompli au CIRM, qui a bénéficié à toute la communauté mathématique.

Enfin vous pourrez lire dans ce numéro de la *Gazette* un article de Claude Lobry concernant le CIMPA, qui rencontre actuellement de graves difficultés de financement. Le Directeur Général de l'UNESCO a fait des propositions à la France qui vont dans le sens d'un développement du CIMPA et notre ministre vient d'y répondre favorablement. Nous nous réjouissons de cette réponse et espérons que le CIMPA va vraiment pouvoir poursuivre et même élargir, ses activités.

Je termine en vous souhaitant à toutes et à tous, mes chers collègues, une excellente année 1999.

Mireille Martin-Deschamps

⋆ ⋆ ⋆

Vie de la société

Disparitions

L'année 1998 a vu la disparition de plusieurs mathématiciens très importants. Parmi eux, nous avons une pensée particulière pour deux de nos anciens présidents : Jean Leray (président de la SMF en 1954), décédé le 10 novembre et André Lichnérowicz (président de la SMF en 1959), décédé le 11 décembre 1998. Des notices paraîtront à leurs sujets dans un prochain numéro de la *Gazette*.

Le livret du candidat

La version 1998-1999 du livret du candidat vient de sortir. Elaboré en collaboration avec la SMAI, sous la responsabilité de Philippe Tchamitchian, Annie Raoult et Edwige Godlewski cette brochure a été envoyée dans les laboratoires, responsables de DEA etc. Elle est également disponible sur notre serveur WEB `http://smf.emath.fr`

Renouvellement du Conseil

Comme chaque année, le Conseil de la SMF doit être renouvelé par tiers au printemps. Les candidats éventuels à un mandat de trois ans sont invités à faire acte de candidature en envoyant au secrétariat de la SMF une déclaration de candidature avant le 15 avril 1999. Cette année, outre la brève déclaration de candidature envoyée à tous les membres de la SMF, les candidats seront invités à donner un texte un peu plus long, comportant un curriculum vitae et si possible une photo, qui sera disponible sur le serveur. Il est clair que la qualité du travail de notre société dépend de sa représentativité et notamment des membres de son conseil. Il est particulièrement important que les élections donnent aux membres de la SMF une possibilité réelle de choix, donc que le nombre de candidats soit nettement supérieur au nombre de places.

Accord de diffusion avec EDP-Sciences

La SMF a signé un contrat de diffusion (non exclusive) avec la maison d'édition EDP-Sciences, filiale commerciale de la Société Française de Physique `http://www.edpsciences.com`. Ce contrat concerne uniquement la revue Panoramas & Synthèses, qui propose désormais une formule d'abonnement. Par ailleurs, des discussions portant sur une éventuelle coédition de la série Cours Spécialisés sont aussi en cours avec EDP-Sciences.

Animath

La SMF, avec la SMAI, l'APMEP, l'inspection générale de mathématiques, l'ADIREM et divers associations et organismes actifs dans l'animation mathématique dans les lycées et collèges fait partie des membres fondateurs d'Animath. Animath se propose de contribuer au développement de l'animation mathématique dans les établissements scolaires. Animath sera présenté dans une prochaine *Gazette*. On peut joindre ses animateurs en écrivant à Animath, IHP, 11 rue Pierre-et-Marie-Curie, 75231 Paris cedex 05, ou à `animath@ihp.jussieu.fr`.

Naissance

Félicitations à Nathalie Christiaën, secrétaire à la SMF s'occupant d'Astérisque, du Bulletin et des Mémoires et de Panoramas & Synthèses, qui a donné naissance le 14 décembre, avec un peu d'avance sur le programme, à Grégoire (2,800 kg).

Martin Andler

TRIBUNE LIBRE

Entretien avec Hélène Nocton[1]

Hélène Nocton, Responsable de la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré, a reçu le 6 juin 1997 le Cristal du CNRS.

Propos recueillis par Martin Andler

Vous avez commencé votre carrière d'emblée dans le milieu des mathématiques ?

Oui. Je ne me destinais pas du tout à ça. J'ai eu une éducation assez stricte : j'étais faite pour me marier, j'ai donc appris la cuisine, à recevoir, à broder... Les études n'avaient pas beaucoup d'importance. J'ai quand même suivi des cours de secrétariat : je me destinais à être professeur de comptabilité. Puis il s'est trouvé en 1959 que la secrétaire de Jean Delsarte[2] s'est mariée. Delsarte, désespéré, cherchait quelqu'un. Le poste vacant m'a été proposé par une relation commune. Le critère essentiel était d'avoir une « bonne éducation ». Il avait besoin de quelqu'un tout de suite. Poussée par mes parents : « dans un milieu très bien, tu sais, il ne faut pas hésiter », j'ai interrompu mes études.

Hélène Nocton

[1] Entretien réalisé au mois de décembre 1997.
[2] Jean Delsarte, membre fondateur de Bourbaki, était professeur, à l'université de Nancy.

C'était déjà au CNRS ?

Oui. Je suis entrée, au CNRS en 1959, en octobre 1959. C'est assez drôle, d'ailleurs parce que le CNRS et moi sommes nés en 1939.

Vous étiez la secrétaire de J. Delsarte. Il était encore doyen ?

Il avait été doyen, il ne l'était plus. Je suis entrée sur un poste attribué pour aide individuelle à Bourbaki, qui était officiellement à Nancy.

Et Delsarte...

...était le président de l'association. Mais on ne m'a pas beaucoup parlé de Bourbaki quand j'ai été embauchée ; il y avait tout le secrétariat du département de mathématiques à assurer et Bourbaki.

Cette période à Nancy a duré jusqu'en ?

1964. Delsarte avait eu des problèmes graves de santé. Il était parti comme directeur de la maison franco-japonaise à Tokyo. Mais il dirigeait toujours la gestion de Bourbaki depuis Tokyo. Quand je lui ai annoncé que je me mariais, il a immédiatement écrit à Bourbaki que je devais être remplacée.

Son idée était que, naturellement, vous ne pouviez continuer à travailler une fois mariée ?

Exactement. Mais J. Dixmier m'a téléphoné pour me demander si je voulais continuer à Paris, parce que mon mari travaillait à Paris. J'ai dit : « bien entendu ». Cela m'a fait réellement plaisir de pouvoir partir en conservant mon travail ; autrement j'aurais demandé une mutation. C'est comme ça que je suis arrivée à Paris avec les valises de Bourbaki.

A cette époque, de toute façon, le centre de gravité de Bourbaki s'était déplacé vers Paris.

Il n'y avait plus personne de Bourbaki à Nancy. Mon déménagement a donc permis au secrétariat de Bourbaki de s'installer à Paris.

A l'École normale supérieure ?

M. Cartan était le directeur des études mathématiques à l'ENS. Il m'a trouvé un petit bureau et m'a installé là.

En 64 le centre de mathématiques de l'École normale était tout petit. Il y avait Cartan...

J.-J. Sansuc et aussi A. Gramain, agrégés-préparateurs et Mlle Nicole Marc[3], qui est arrivée en même temps que moi comme secrétaire de H. Cartan. On a du mal à imaginer aujourd'hui le dénuement dans lequel nous vivions pour certaines choses. En 1959, à Nancy, j'avais une chaise en bois avec 2 ramettes de papier pour chaise de dactylographe. Pour Noël, j'ai obtenu une chaise. Quand je suis arrivée à Paris, j'ai demandé du papier à lettre. H. Cartan m'a répondu : « mais qu'allez-vous faire avec ce papier à lettre ? ». Une autre fois, il m'a demandé si je pouvais partager ma paire de ciseaux avec Mlle Marc. J'ai toujours entendu J. Delsarte dire « nous autres mathématiciens nous n'avons besoin de rien, à part du papier et des crayons ». D'ailleurs les demandes de crédit étaient toujours modestes. Presque tous les crédits passaient pour les besoins de la bibliothèque et quelques missions. Mais globalement, nous avions très peu de crédits par rapport aux physiciens.

Il a fallu encore une bonne quinzaine d'années avant que les mathématiciens ne s'avisent qu'on pouvait demander plus et qu'on pouvait obtenir plus — et que c'était utile ! Mais revenons à ce que vous faisiez pour Bourbaki.

Pour Bourbaki à l'époque, le travail essentiel consistait à taper les rédactions successives et le compte rendu des congrès. On ne me demandait pas de m'occuper de la préparation des congrès. Il fallait que les rédactions soient prêtes au jour et à l'heure.

Mais qui vous a appris à taper les mathématiques ?

Personne. J'étais très timide. Je n'aurais jamais osé demander à quelqu'un, sauf à J. Delsarte de temps en temps. Si je n'arrivais pas à lire un texte, j'allais demander à « Monsieur Le Doyen ». Mais la plupart du temps, il fallait se débrouiller soi-même. Les six premiers mois j'ai cru devenir folle. Mais je suis opiniâtre et j'y suis arrivée. Les premières rédactions étaient horribles : l'alphabet grec, les signes mathématiques... A partir du moment où j'ai trouvé dans le livre de théorie des ensembles de Bourbaki ce que voulaient dire les signes mathématiques, c'est devenu beaucoup plus facile. Au début, je ne savais pas lire ce que je dactylographiais. Alors je me disais des choses comme : « petit fourbi + petit fourbi = moyen fourbi ». A partir du moment où vous savez lire ce que vous faites, même sans comprendre, c'est déjà autre chose...

L'autre difficulté était de comprendre l'organisation générale du traité. Les rédactions Bourbaki étaient classées par livre. Il fallait comprendre à quoi correspondait quoi. Tous les six mois, un samedi, je rangeais les rédactions chez J. Delsarte, avec lui, dans des boîtes d'archives.

Mais le travail de Bourbaki était quelque chose d'extrêmement ingrat. Fatigant et démoralisant parce qu'il fallait aller très vite. Il fallait que cela soit fait le jour convenu et en le faisant on savait que huit jours après le congrès tout serait à refaire. Il y a un chapitre que j'ai tapé quinze fois. A la quinzième

[3] Nicole Marc a été la secrétaire du centre de mathématiques de l'ENS de 1965 à 1986.

fois J.-P. Serre me téléphone en me disant : « arrêtez tout, je ne comprends plus rien ! » Donc on a remis cela en chantier. Le matériel était relativement vétuste : la machine à écrire avait un ruban qu'il fallait régulièrement rembobiner, le tirage des rédactions se faisait sur une machine à alcool.

Et le séminaire Bourbaki ?

Au début, à Nancy, je ne m'occupais pas du tout du séminaire. C'était P. Belgodère[4] qui s'en occupait à Paris. C'est quand je suis arrivée à Paris que J.-P. Serre, responsable du séminaire, est venu me dire : « Madame, nous aimerions bien que vous vous occupiez du séminaire ».

Vous avez vu plusieurs générations de bourbakistes. Si je calcule bien, quand vous avez commencé à Nancy, J. Delsarte était président de l'association mais il avait dépassé la limite d'âge.

Je n'ai fait qu'effleurer la première génération : ils avaient tous dépassé la limite. Mais comme ils continuaient un peu au delà, je les ai quand même connus. Par exemple J. Dieudonné : c'était effrayant, il était colossal physiquement et colossal par le travail qu'il pouvait fournir.

Entre les générations, vous avez senti des coupures ?

A chaque génération ça c'est produit. J'avais d'ailleurs dit à J.-L. Verdier quand le groupe qui est arrivé avec lui est parti, qu'ils n'avaient pas recruté de jeunes suffisamment tôt. Il y a eu une coupure entre les générations. Après la première génération aussi.

En 1979, vous avez changé : vous avez quitté Bourbaki pour aller à la SMF.

Au bout de vingt ans de Bourbaki j'ai éprouvé le besoin de changer. Tous les ans, j'écrivais « au maître », au moment du grand congrès pour lui faire part de mes doléances. Cette fois-là, j'ai écrit que j'étais fatiguée de faire toujours la même chose. On refait sans cesse et puis rien n'aboutit... J'ai dit au maître que je souhaitais trouver un autre poste. Je n'étais pas pressée. Mon travail à Bourbaki, un peu fastidieux, me permettait de mieux pouvoir me consacrer à mes trois enfants. Quand ils ont été un peu plus grands et sortis de la tendre enfance, je me suis dit que j'allais prendre ma carrière en main et faire autre chose. Quand je suis partie de Bourbaki pour aller à la SMF, j'ai écrit une lettre à tous les membres, y compris aux membres honoraires, en leur disant que je n'allais pas quitter la communauté mathématique, mais que je voulais m'attaquer à d'autres tâches. Laurent Schwartz m'a répondu dans les 48 heures en me disant « bravo, il était temps de faire autre chose ! »

---

[4] Paul Belgodère, normalien, agrégé de mathématiques, a fait sa carrière comme ingénieur au CNRS, responsable jusqu'à sa retraite de la bibliothèque de l'IHP de 1949 à 1986.

Vous entrez donc à la SMF comme secrétaire général.

La SMF venait d'être expulsée de l'IHP, comme tous les mathématiciens ou presque. Au début, j'ai été secrétaire du président puis au bout de six mois secrétaire général.

Le président était...

J.-L. Koszul, qui a été remplacé par M. Berger aussitôt après. Le trésorier était Jean-Louis Nicolas. M. Berger voulait un secrétariat qui soit vraiment rémunéré par la SMF.

Jusque là, c'était P. Belgodère qui était le secrétaire de la SMF ?

Bénévole — avec l'aide bénévole de Denise Lardeux. En quittant l'IHP, nous avons d'abord été hébergés par Paris 7, puis nous nous sommes retrouvés à l'ENS.

Empilés dans un seul bureau ?

Oui au début. Et vous savez, c'était un exploit. Nous étions quatre dans ce bureau. Quand le président arrivait, une de nous devait rester debout ! A la SMF on entend toujours dire qu'on va faire comme l'AMS. Mais il y a deux cent quarante employés à l'AMS. La comparaison me fait penser à la fable de La Fontaine. C'est la même chose pour la London Mathematical Society. J'ai vu leurs bureaux, leur immeuble, c'est immense ; ils sont très nombreux. On ne peut pas exiger de faire la même chose avec nos moyens.

Malgré ces difficultés matérielles, ça a été une très bonne période pour moi. C'était extrêmement intéressant, très varié. Les problèmes étaient vus à un degré au dessus. Bourbaki était quand même un groupe fermé, où je voyais les choses par un petit bout de la lorgnette. Tandis qu'à la SMF on voyait les choses du point de vue national. Il y avait aussi les problèmes d'édition. Le travail était un vrai travail d'équipe, avec un bureau, un conseil d'administration, des perspectives, des projets. Dans ces conditions, c'est bien plus facile de travailler, on voit où l'on va. Les décisions sont prises, il faut les appliquer.

A la SMF vous avez passé huit ans ?

De 1979 à 1987... Très peu de temps, je n'ai pas eu le temps de m'asseoir. Il fallait vraiment tout remettre en place.

Pourquoi êtes-vous partie si vite ?

Bernard Teissier, Nicole El Karoui et Michel Hervé s'occupaient de l'IHP. Ils étaient venus me proposer le poste de P. Belgodère, mais je n'avais pas accepté. Après son décès, ils sont revenus me voir : « il faut absolument que vous repreniez sinon tout va disparaître, le poste, la bibliothèque, on ne sait pas ce que cela va devenir. »

Pour quelqu'un de ma génération, l'IHP était le symbole de toute l'indifférence des mathématiciens par rapport aux questions matérielles. Un institut complètement délabré dont la gestion se faisait n'importe comment, qui avait sombré dans une espèce de maniaquerie administrative...

Toutes mes collègues me disaient : « tu es folle de reprendre un truc comme ça ! » P. Belgodère s'était enfermé progressivement... Mais je ne jetterai jamais la pierre à cet homme. Il s'est laissé engluer et en fait il a été manipulé par la communauté mathématique qui l'a exploité. C'était quelqu'un qui était extrêmement dévoué, qui ne savait pas dire non. Il faisait un travail énorme. La bibliothèque, la SMF. Rien que la SMF, c'est un emploi à temps complet ! Il était au comité national du CNRS, il assurait le secrétariat de plusieurs autres organismes. Et il s'occupait du Bulletin des sciences mathématiques.

Les mathématiciens étaient trop contents de se défausser des corvées.

Absolument. Il était normalien, donc chaque fois qu'un normalien venait lui demander quelque chose, il acceptait de bon cœur. Il se dévouait. La bibliothèque de l'IHP, c'est par manque de moyens et de temps qu'elle s'est dégradée.

Les mathématiciens, qui s'étaient installés à Jussieu, se sont désintéressés de la bibliothèque de l'IHP.

Il y a eu des restrictions de crédits et de personnel. Belgodère n'a pas pu y faire face. Cela-dit, si la bibliothèque n'a pas sombré complètement, c'est grâce à Mlle Lardeux, à son énergie, à son dynamisme. Ce qu'elle a fait est extraordinaire. Et je crois que les mathématiciens ne se sont pas rendus compte de son action.

Quand on m'a proposé l'IHP, j'avais été voir C. Godbillon à Strasbourg — c'était quelqu'un que j'aimais beaucoup — pour lui demander ce qu'il en pensait. Il m'avait dit « si vous arrivez à faire revenir les mathématiciens, si vous arrivez à remettre un peu de vie dans cette maison, ça vaut le coup. Et vous aurez de l'argent à partir du moment où les mathématiciens reviendront à l'IHP. »

Vous acceptez, vous arrivez à l'IHP en 1987-88 et que faites-vous ?

J'ai travaillé avec Nicole El Karoui et Bernard Teissier ; c'était vraiment un travail d'équipe. je faisais des propositions de journées, Nicole et Bernard en faisaient, nous avons toujours travaillé sur le même pied. Les membres de Bourbaki ont été extraordinaire avec moi, en particulier J.-L. Verdier et A. Douady qui nous ont énormément aidés. Je téléphonais à l'un d'eux : « Pouvez-vous organiser une journée IHP ? » Il venait et il le faisait. Chaque fois que j'ai appelé un mathématicien, un membre de Bourbaki, ou un mathématicien avec qui j'avais travaillé à la SMF, chaque fois c'était oui et une journée ou un colloque s'organisait. Si les mathématiciens font confiance au personnel administratif, ils arrivent à avoir des gens dynamisés. Mais on n'arrive pas à avoir des gens dynamisés en les laissant de côté, en disant qu'ils ne sont pas capables de comprendre.

On va venir aux questions sur le travail des personnels administratifs dans quelques instants. Mais revenons encore à l'IHP. Vous avez commencé à y travailler en 1987. En 1990, il y a eu la décision de L. Jospin de donner une grosse subvention pour la rénovation de l'IHP et le décret du 28 février 1990 modifiant son statut.

En 1989, j'ai demandé à ne m'occuper que de la bibliothèque ; je ne pouvais plus faire les deux, il fallait que je me consacre à plein temps à la bibliothèque. Une bibliothèque ne se gère pas comme un secrétariat, c'est un vrai métier, avec des vraies techniques qui évoluent à toute vitesse. Au début, quand j'ai dit que je préférais m'occuper de la bibliothèque, je pensais « les petites fiches, etc. » Je me suis bien trompée car tous les six mois, les techniques changent.

Vous parlez de l'informatisation ?

L'informatisation n'est pas statique ; ça n'arrête pas d'évoluer. Maintenant, on travaille en réseaux ; il faut être administrateur de réseaux. Le métier de bibliothécaire est difficile car il demande une solide connaissance de l'informatique pour laquelle, ma foi, nous ne sommes pas encore bien préparés. Heureusement, il y a le réseau national des bibliothèques de mathématiques. C'est un réseau d'amitié et aussi un réseau de formation. Si on a un problème, on appelle quelqu'un à travers la France, on trouve une solution ensemble en trois secondes C'est vraiment extraordinaire. La cellule Mathdoc, depuis un an ou deux assure également une aide précieuse auprès des chercheurs et documentalistes.

Vous êtes le premier ITA[5] en mathématiques à recevoir le cristal du CNRS. Vous devez avoir beaucoup à dire sur les ITA en mathématiques.

Oh oui !

Les secrétaires (généralement des femmes) travaillent dans un milieu très majoritairement masculin et sur des choses incompréhensibles... C'est peut-être en mathématiques que la distance est la plus grande. Si vous aviez demandé à un moment donné votre mutation, mettons pour un poste dans un centre d'histoire ancienne, est-ce que vous n'auriez pas eu un sentiment très différent ?

Quand c'est à un haut niveau, on en arrive au même point de spécialisation. Par exemple, il m'est arrivé plusieurs fois de travailler avec un groupe de philosophes. C'est presque pire que les maths ! Je ne crois pas que le problème soit là. La différence que je ressens, c'est que le mathématicien s'enferme sur lui-même, dans ses problèmes à lui. Les ITA sont là pour accompagner le chercheur. Quand on fait partie d'un groupe, d'un laboratoire, si l'on veut que les ITA collaborent, il faut leur tendre la main. Il faut que le chercheur explique : « voilà mon projet ». Il ne s'agit pas d'expliquer le détail de ce qu'il fait, mais au moins de dire : « voilà où je veux aller et je compte sur vous pour m'y aider ». Et je crois que les mathématiciens ne font pas toujours cet effort. Il y a bien des conseils de laboratoire, mais les ITA sont à la traîne. J'ai eu la chance de connaître bon nombre de mathématiciens qui se sont mis à notre portée et qui

[5] Ingénieur technicien administratif.

nous ont permis d'avancer. Je peux en citer : Jean-Louis Loday, par exemple, a pris le temps de nous expliquer les « fractales ». A la SMF il nous expliquait ce qu'il faisait, où il voulait aller etc. C. Houzel...

Que faisait C. Houzel ?

Des petits cours de vulgarisation de mathématiques. C. Houzel, quand il était président de la SMF, prenait son temps pour expliquer des choses qui pouvaient être abordées par nous et qui nous nourrissaient. Là on pouvait dire : « vraiment on accompagne le chercheur. » Mais cette démarche est relativement rare.

Revenons à l'attitude des mathématiciens vis-à-vis des ITA.

Les mathématiciens confondent un peu tout ; ils pensent qu'un ITA en mathématiques, c'est systématiquement une secrétaire. Souvent ils ne font pas la différence entre un ingénieur de recherche et un adjoint administratif. Un mathématicien demandera à un adjoint administratif de parler anglais, d'écrire en anglais, de gérer une revue comme si c'était un ingénieur. J'ai tort de généraliser car j'observe un très net changement depuis quelques années.

Comme s'il y avait seulement deux mondes, celui des mathématiciens et celui des secrétaires...

Voilà. Deux mondes séparés. Je crois que des efforts de chaque côté devraient être faits. Il n'y a pas si longtemps, j'ai participé à un concours en tant que président du jury. Il y a une secrétaire en chimie qui nous a dit « comme je ne fais plus de frappe technique, je me suis consacrée à autre chose ». Je pense que s'il y avait une meilleure collaboration entre chercheurs et secrétaires, elles pourraient vraiment être des accompagnateurs de recherches. Alors qu'aujourd'hui, comme on n'a plus besoin de secrétaire pour taper les maths — les mathématiciens le font eux-mêmes — les ITA peuvent avoir l'impression qu'on n'a plus besoin d'eux. Mais ce n'est évidemment pas vrai ! le chercheur pourrait très bien demander aux secrétaires de vérifier la bibliographie, de relire les textes pour repérer des fautes de frappes que le chercheur ne voit pas toujours. Il y a des techniques pour relire les épreuves. C'est extrêmement facile à apprendre à quelqu'un. Quand J.-P. Serre m'a confié le séminaire Bourbaki par exemple, il m'a dit que je devrais vérifier toutes les bibliographies des exposés... Il m'a montré, comment consulter les « Math reviews ». Cela pourrait être fait par tout le monde.

Ce que vous dites est frappant : J.-P. Serre qui a pris la peine de vous montrer comment on s'y prend. Cela ne s'improvise pas, pour vérifier une bibliographie, il faut apprendre ce qu'il faut vérifier et jusqu'à quel niveau de détail. De façon générale, les mathématiciens restent très individualistes — c'est en partie pour cela qu'ils ont choisi ce métier. Ils ont beaucoup de mal à comprendre que pour entraîner l'adhésion de leurs collaborateurs, il faut leur expliquer ce que l'on veut faire, comment on veut le faire, et quel est le rôle de chacun dans cette démarche-là.

Mais aujourd'hui c'est complètement différent. les mathématiciens appartiennent à des laboratoires. Cela implique un secrétariat.

A condition que tout le monde prenne la peine de fixer des objectifs généraux. Mais c'est difficile pour un mathématicien de dire je vais démontrer ceci le mois prochain ou l'année prochaine. Un physicien ou un biologiste pourra plus facilement dire « je vais m'intéresser à tel objet » et donc mobiliser son équipe autour de ses objectifs.

Tout groupe organise un séminaire, des congrès, des missions, des voyages. Ca peut très bien être expliqué et débattu. Mais sans porter un jugement. Ce n'est pas mon rôle de porter un jugement scientifique (même si, évidemment, j'entends beaucoup de choses). Il ne faut jamais empiéter sur le travail du chercheur, c'est-à-dire prendre position sur l'aspect scientifique. C'est d'ailleurs souvent là où notre rôle est difficile. Les mathématiciens, dans leur ensemble, sont pris par leurs recherches et délèguent parfois un peu trop leurs responsabilités. Des décisions pourraient être prises à la place des chercheurs. Cela génère une espèce de suspicion entre les chercheurs et le secrétariat.

Parlons un peu des carrières des ITA. Vous avez certainement beaucoup à dire sur ce sujet.

La mobilité est quelque chose que me tient beaucoup à cœur. Elle est extrêmement importante ; on ne devrait pas rester dans le même poste plus de dix ans. Elle devrait être obligatoire quand on change de corps. On ne peut pas progresser de la même manière si on reste trente ans dans le même laboratoire. C'est extrêmement néfaste. Personne n'est indispensable et je le prouve : je suis restée vingt ans à Bourbaki et Bourbaki continue à fonctionner d'une façon extraordinaire. Je suis partie de la SMF et ça fonctionne très bien actuellement : la SMF est très active, édite des revues, a d'autres activités d'édition. Cela c'est très bien développé. Si je partais de l'IHP, ça serait la même chose. Dans ma carrière, j'ai fait trois métiers différents. Cela demande un effort, mais je suis très contente de l'avoir fait. Si les mathématiciens ne m'avaient pas poussée, je ne l'aurais peut-être pas fait.

Avez-vous le sentiment que les mathématiciens vous ont aidée dans votre carrière au sens strict, pour obtenir des promotions, ou est-ce qu'ils y étaient complètement indifférents ?

Les bourbakistes étaient très sensibles à ce genre de question.

Comment vivez-vous le déroulement des carrières, les promotions ?

Il y a très peu de postes en mathématiques. On a du mal à passer les échelons, ou à changer de corps. Il y a à peu près quarante personnes qui sont promouvables de IE (ingénieur d'étude) à IR (ingénieur de recherche). J. Oesterlé a passé un temps fou à faire mon dossier de promotion IR. Je me renseigne pour savoir combien de postes étaient attribués au secteur. La réponse ? Zéro ou un. C'est lamentable. Un directeur se motive, prend du temps pour faire un dossier alors que de toute façon ça ne sert à rien. Je n'aime pas prendre le temps d'un chercheur, car mon but au contraire c'est de lui éviter de perdre du temps administrativement. Je suis catastrophée. Un autre exemple : il y a un concours interne qui se prépare en ce moment pour passer de IE à IR. J'ai des collègues qui le préparent depuis des années et des années et qui ne l'obtiennent pas. Cette année on a un poste. C'est dramatique. Il faudrait essayer de se battre.

Vous pensez que les ITA mathématiciens, je veux dire travaillant dans des laboratoires de mathématiques, sont moins bien traités ?

Ah oui ! Certainement, parce que nous ne faisons pas le poids. Nous sommes en concurrence avec l'INIST[6] de Nancy, qui pèse lourd sur notre branche d'activité professionelle (BAP)

Pourquoi avec l'INIST ?

Tout ce qui concerne l'information, la documentation, les bibliothèques, les secrétariats de rédaction etc. est rattaché à la BAP IV C'est un fourre-tout très vaste. On se retrouve avec des photograveurs, des cartographes...

Comment sont constitués les jurys ?

On me demandait souvent de faire partie des jurys, de façon bénévole. Mais à partir du moment où il y a eu une indemnité, on ne m'a plus jamais demandé. J'ai vraiment l'impression que les concours, les jurys, sont entre les mains d'un petit groupe.

Quelle importance cela a-t-il ?

Si des ingénieurs du secteur SPM participent à des jurys, ils connaissent bien les contextes dans lesquels les concurrents travaillent et donc peuvent les défendre efficacement

[6] Institut national de l'information scientifique et technique.

Des enseignants-chercheurs, mathématiciens, dans ces jurys, il y en a très peu ?

Pratiquement pas. C. Houzel en a fait partie quand il était à la SMF. Mais je ne sais pas si beaucoup des mathématiciens sont sollicités. C'est vrai que ce n'est pas très intéressant. Mais il faudrait qu'ils rentrent dans ces structures de façon à défendre leur personnel. Nous avons un peu l'impression que, de facto, les mathématiciens ne défendent pas leur personnel autant qu'ils le pourraient. Il faudrait une prise de conscience parmi les mathématiciens et que cette prise de conscience aboutisse à ce qu'ils soient plus présents là où les décisions sont prises.

Est-il vrai que les ITA qui travaillent dans les laboratoires plutôt que dans les administrations (centrale ou déléguées) sont défavorisés ?

Il y a une trop grosse disproportion entre les évaluations de travail. Je vais être plus claire : dans les administrations déléguées du CNRS, par exemple Paris B, les personnels font 37h30 en pointant. Les mêmes personnels avec les mêmes grades, les mêmes salaires, affectés dans des universités ou dans des laboratoires, en sont parfois à 25 ou 30 heures maximum, avec 8, 9, 10, 11 semaines de vacances ! Il y a une trop grande disproportion. Là je suis complètement d'accord avec ce qu'Allègre dit. Mais du coup, on ne peut pas défendre du personnel dans ces conditions. Ici à la bibliothèque de l'IHP, j'applique la règle de la fonction publique ; c'est-à-dire 32 jours de congé par an. Cela nous a permis d'ouvrir la bibliothèque toute l'année. Nous n'avons pas fermé du tout l'été 1997 et nous ne fermerons pas l'été 1998.

Est-ce que le fait que les laboratoires de mathématiques sont des structures relativement légères est un handicap pour les ITA de ce point de vue ?

Les ITA en math ne se présentent pas dans les concours, parce qu'ils sont un peu écœurés. Ou alors ils se sont présentés une fois mais pas deux. Pourquoi ? Laissez-moi vous donner un exemple. Au moment du concours, ils ne peuvent pas dire « je gère un laboratoire de tant de chercheurs, j'ai tant de millions à gérer, j'ai une délégation de signature ». A partir d'assistant ingénieur, il est normal d'avoir une délégation de signature.

Sinon le jury voit cela comme un signe de manque de confiance.

Exactement. Et cette situation est injuste. En définitive le personnel est en général dévoué. Je ne dis pas ça de façon péjorative. Le plus souvent, dans les secrétariats, on a à faire à des gens solides, efficaces, des vrais professionnels. Ca mérite qu'il y ait un retour. Mais je ne sais pas comment on peut y arriver.

Je vous remercie.

Recherche mathématique et développement Le rôle de la France[1]

Claude LOBRY (*CIMPA*)

Il y a un peu plus de trois ans je suis entré dans un ordre mendiant. C'est du moins mon impression depuis que j'ai accepté la direction du CIMPA, le Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées. En effet je sollicite en permanence des subventions auprès de « décideurs » divers avec qui je dois mener des discussions de marchand de tapis pour des sommes souvent ridicules. C'est une position très humiliante que j'essaye d'assumer consciencieusement mais qui engendre chez moi un fort sentiment de révolte quand j'observe le gâchis qu'entraîne la vision mesquine et à court terme qui m'est opposée : Restrictions de crédits, urgence, restructuration, faire mieux avec moins... Quelle France frileuse ! C'est pourquoi il m'arrive de rêver à ce que pourrait être une véritable politique pour le développement de la recherche mathématique dans les pays les plus pauvres. C'est ce rêve que j'essaye de préciser un peu dans cet article à partir de mon expérience et des vingt ans de savoir faire accumulé par le CIMPA. Il va de soi que les opinions que j'avance ici n'engagent que moi et pas du tout le CIMPA dont la politique est définie en assemblée générale et mise en œuvre par son conseil d'administration.

Existe-t-il une « recherche pour le développement » ?

La nécessité d'aider les pays les plus pauvres à développer leur recherche ne tombe pas sous le sens. En effet il semble que le devoir des nations riches soit en priorité d'aider les nations pauvres à lutter contre les fléaux qui les accablent et l'idée de consacrer à la recherche ne serait-ce qu'une infime partie des moyens disponibles, semble sacrilège. Combien de fois, n'ai-je pas obtenu une réponse qui, expurgée de la rhétorique que la courtoisie impose, peut se résumer ainsi : « Des subventions pour soutenir la recherche mathématique dans les pays en développement ! Mais vous voulez rire. Nous avons bien d'autres urgences, l'alphabétisation dans les campagnes, le paludisme, la malnutrition et maintenant le SIDA ! Vous pensez bien que nos maigres ressources nous n'allons pas les gaspiller dans des danseuses pour pays riches ».

« Recherche Mathématique et Développement ». S'agit-il de recherches mathématiques dont la finalité serait de résoudre des problèmes directement liés au développement ou bien du développement de la recherche mathématique dans les pays pauvres ? Ce sont ces deux aspects de la question qui sont abordés ici. Si le point de vue que j'avance va à l'encontre de quelques idées reçues il n'est pas pour autant original. Il est développé avec force dans l'ouvrage « La république a-t-elle besoin de savants » de messieurs Michel Dodet, Philippe Lazar et Pierre Papon (Science Histoire et Société PUF). Je n'ai fait qu'appliquer leurs idées à la situation spécifique des mathématiques.

[1] Cet article est une version résumée d'un article dont le texte complet peut-être consulté sur le serveur de la SMF `http://smf.emath.fr`

D'une manière générale existe-t-il une recherche particulière pour le développement, si oui quelle y est la place des mathématiques ? En fait la question s'insère dans une question plus vaste qui est tout simplement celle du concept de recherche finalisée. De nos jours tout projet de recherche doit s'inscrire dans une demande sociale précise et les sciences fondamentales ont dû apprendre à se présenter devant les bailleurs de fonds cachées derrière les grosses moustaches des « applications ». Savoir si cette situation est bonne ou mauvaise est un autre sujet mais je ne peux l'ignorer car elle induit des conséquences désastreuses dans le domaine qui m'intéresse ici, « la recherche mathématique et le développement ». En effet, appliquée à la question des pays en développement l'idéologie « utilitariste » se traduit par :

— les PED ont des problèmes de suffisance alimentaire, on crée des programmes de recherche agricole tropicale.

— les PED ont des problèmes de santé, il existe des programmes de recherche sur des maladies spécifiques.

— les PED ont des problèmes avec l'urbanisation galopante, des programmes de sociologie sont mis en place.

— etc.

Des programmes internationaux sont élaborés, des appels d'offres extrêmement finalisés sont lancés et des experts, au-dessus de tout soupçon, choisissent les meilleures équipes internationales, constituées à 90% de chercheurs du Nord.

Ce système ne peut pas fonctionner convenablement. En effet, si la question est une vraie question de recherche, alors nous savons bien que la réponse sera inattendue et interviendra dans un avenir indéterminé. C'est une pure escroquerie de faire croire qu'une réponse sera fournie dans un temps fixé. Mais s'il s'agit d'une question de société bien précise pour laquelle une décision doit être prise rapidement le problème n'est plus un problème de recherche mais un problème relevant de l'expertise. Toute la question est de pouvoir constituer une commission d'experts, à la fois compétents et dignes de confiance. Et c'est ici que le rôle de la recherche et des chercheurs est primordial. Seuls des chercheurs actifs, insérés dans le réseau informel de la recherche internationale peuvent proposer des noms de personnalités compétentes sur des questions particulières. Il n'est pas nécessaire qu'eux-mêmes soient spécialistes du problème, il suffit qu'ils ne soient pas trop éloignés de leur discipline et ils trouveront rapidement grâce à leur relations des pistes adéquates. Ce qui importe le plus c'est qu'eux-mêmes soient excellents dans leur domaine et de ce fait aient accès aux meilleures sources d'information. Ceci vaut dans les pays pauvres comme dans les pays industrialisés mais avec une acuité particulière.

En effet, toute question de société de quelque importance concernant un pays en développement a des implications économiques et politiques qui ne laisseront pas indifférents les pays industrialisés. On ne peut pas laisser à ces seuls pays le soin de constituer les commissions d'experts. Sans mettre en cause l'honnêteté individuelle des membres des commissions il est évident que ces dernières peuvent être constituées de manière à ce qu'elles soient porteuses de valeurs particulières, pour ne pas dire de préjugés.

On voit donc que la proposition de départ est complètement inversée. Il ne s'agit pas tant de faire travailler des chercheurs du Nord sur des questions de recherche pour le développement, concept dont nous venons de constater qu'il est douteux, que d'aider des équipes de recherche du Sud à participer à part entière à des thèmes développés par la recherche internationale, qu'ils soient ou non directement liés au développement. Dans cette optique il est évident que la recherche mathématique, comme toute autre recherche, doit y être développée. Et pas nécessairement des mathématiques appliquées : Il vaut mieux une excellente équipe de théoriciens des nombres qui par ses relations saura facilement évaluer la compétence d'experts en mathématiques financières que de mauvais scientifiques cherchant sur des soi disant problèmes appliqués. Ce qui ne veut pas dire que de bonnes recherches dans des domaines appliqués ne soient pas les bienvenues !

Il existe d'autres arguments qui ne sont pas moins importants que celui que je viens de développer en faveur de l'aide à la recherche mathématique dans les pays pauvres, comme par exemple le lien entre la recherche et la formation dans les universités mais ils sont plus classiques.

Je terminerai cet argumentaire par l'idée que la connaissance en général, donc la connaissance scientifique, ne saurait être produite exclusivement par une seule partie de l'humanité, l'autre se contentant de profiter de ses bienfaits en citant l'éminent biophysicien brésilien Carlos Chagas Filho.

« La recherche fondamentale, est-ce bien nécessaire dans un pays sous-développé ? Ma réponse est très claire. Elle est impérative pour deux raisons. La première tient au fait que si nous ne faisons pas nous-mêmes cette recherche, nous allons tomber rapidement dans une dépendance technologique qui m'apparaît être l'une des formes les plus insupportables du colonialisme. La seconde est contenue dans l'idée encore mal perçue que la science fait partie intégrante de la culture et qu'elle ne saurait se développer en dehors d'elle. »

Les mathématiques dans le dispositif de recherche pour le développement

Puisque les mathématiques ont leur rôle à jouer dans un dispositif bien compris de « recherche pour le développement » voyons d'abord ce qu'il en est dans notre pays et ensuite nous réfléchirons à ce à quoi nous pourrions rêver.

Tous les laboratoires de mathématiques ont accueilli, accueillent ou accueilleront en thèse des ressortissants de pays en développement. Ces derniers bénéficient de bourses de la coopération française ou de leur pays. Quand ils retournent chez eux, ce qui est loin d'être toujours le cas, ils gardent un contact plus ou moins fort avec la maison mère. Pour financer des opérations de coopération avec les pays en développement les mathématiques disposent essentiellement de trois sources : des crédits de la DRIC qui finance, entre autres, l'action internationale des universités, des actions spécifiques du CNRS et de l'INRIA et de l'argent obtenu au coup par coup du ministère des Affaires étrangères et de celui en charge de la coopération. A ces financements il faut ajouter un organisme spécifique : le CIMPA, dont il sera question plus longuement un peu plus loin. La part de la France dans le budget du CIMPA, personnels inclus, est d'un peu moins de 2,5 MF par an. Je n'ai pas les éléments qui me permettraient de chiffrer le total des subventions obtenues par les canaux mentionnés précédemment mais j'ai de bonnes raisons de penser qu'ils est au plus de l'ordre de grandeur du budget du CIMPA.

Rêvons maintenant. Pour commencer, puisque en mathématiques plus que partout ailleurs, il n'existe pas de recherche spécifique pour le développement, il n'est pas souhaitable d'avoir un organisme recrutant des personnels propres pour ce type d'activité. Donc pas d'institut recrutant des personnels. En revanche des individus peuvent être tentés par une activité partielle en direction de pays du Sud ou encore avoir envie de s'y consacrer à plein temps pendant quelques années. Actuellement les nombreux collègues intéressés[2] ne peuvent pas consacrer à cette activité le temps qu'ils souhaiteraient. Répondre à cette double exigence : ne pas avoir de « professionnel de la coopération » mais avoir des décharges de service, est très simple. Il suffit de créer dans les universités des postes dédiés à la coopération avec les pays du Sud. Sur un tel poste le département de mathématique recrute qui il veut selon ses propres critères, à charge pour lui de fournir l'équivalent d'un service au bénéfice de la coopération. Cela pourrait se faire dans le cadre d'un contrat de 4 ans où l'université prendrait la responsabilité d'une région et en fonction de la situation prévoirait divers types d'actions :

— organisation d'écoles de type CIMPA
— enseignements de maîtrise, DEA sur place
— organisation de séminaires régionaux
— gestion de bourses de séjour et de thèses en co-tutelle
— ...

Un budget de l'ordre de 1 MF par an pourrait être affecté à ce type d'activité. Avec une telle somme, il y aurait de quoi faire du bon travail ! Autour de ces postes et de ces budgets pourraient se constituer, comme dans le cas des IREM, des petits instituts[3].

Il reste à imaginer une structure pour faire fonctionner tout ça. De quoi a-t-on besoin ? Surtout pas de bureaucratie. Les problèmes sont différents d'une région à l'autre, d'un pays à l'autre, il faut donc que chaque responsable de région ou d'opération ait la pleine responsabilité d'un budget significatif reconductible pendant plusieurs années consécutives. Donc pas de structure centralisée de programmation. Ce ne sont pas des commissions qui doivent programmer car les bonnes idées viennent de ceux qui sont au contact avec les réalités. La contre partie de cette grande liberté est un contrôle scientifique extrêmement rigoureux des actions. Pour cela il faut un conseil scientifique incontestable, dont la légitimité ne fasse aucun doute pour la communauté, qui ait notamment son mot à dire sur la qualité des chercheurs proposés pour les postes dédiés. Il existe suffisamment d'organismes ayant une forte légitimité : CNU, Commissions du CNRS ou INRIA, Académie des sciences, SMF, SMAI pour qu'il ne soit pas trop difficile d'imaginer ce que pourrait être un tel conseil. Enfin

[2] En 1996 et 1997 une centaine de collègues sont intervenus dans des manifestations du CIMPA.

[3] Sans murs ni personnel propre dont les membres n'appartiendraient pas nécessairement à la même université. Le réseau qui autour de « FORMATH Vietnam » regroupe des collègues de Limoges, Nice, Paris, Toulouse est un bon exemple de ce que pourrait être ce genre d'organisme.

une instance de coordination et d'animation qui pourrait tout simplement être l'assemblée des personnels affectés sur les postes dédiés, un peu comme l'assemblée des Directeurs d'IREM. Il ne faut pas oublier non plus que les conditions de la coopération changent radicalement avec l'avènement du courrier électronique et d'internet. La quasi totalité des départements de mathématiques sont maintenant connectés, même dans les pays les plus pauvres. Le seul frein au développement est la volonté de certains États de contrôler la circulation des idées mais ils ne pourront s'y opposer indéfiniment.

Cela coûte combien ? Rêvons. Un poste dédié et son budget de fonctionnement représentent 1,5 MF. Les comptes sont faciles : 10 postes 15 MF, 20 postes 30 MF, 40 postes (à peu près un par département de mathématiques) 60 MF. J'ai oublié un peu de graisse pour le Mammouth (Agence comptable, réunions du conseil scientifique, des animateurs, maintenance du serveur) au plus quelques MF supplémentaires. Disons 80 MF en voyant large.

Il est clair que 80 MF représentent une grosse somme mais elle ne peut être appréciée que par comparaison à d'autres budgets. Une récente évaluation du G.I.S.AIRE Développement estime à 3 700 MF les sommes que la France consacre à la coopération scientifique avec les pays en développement. Que représentent 80 MF ? A peine plus de 2% ! Est-ce trop pour les mathématiques ? Au CNRS elles « pèsent » bien plus que cela. Non le coût de mon rêve n'est pas déraisonnable !

Ajoutons que ce rêve peut prendre corps progressivement, trois ou quatre postes pour commencer, puis de nouvelles créations en fonction des chantiers à ouvrir. Et puis si la formule révélait de graves inconvénients et qu'il faille l'arrêter les quelques postes acquis dans les université ne seraient pas perdus dans une discipline encore largement déficitaire. Donc on le voit, peu ou pas de problèmes institutionnels. Simplement la volonté d'accorder progressivement à la recherche mathématique pour le développement en coopération des moyens suffisants pour que la communauté mathématique puisse assumer sa mission dans ce domaine.

La France n'est pas le seul pays à pratiquer la recherche en coopération pour le développement et ne pas concevoir son rôle en relation avec les autres pays serait une erreur. Il existe aussi les organisations internationales, l'AUPELF-UREF dans le domaine de la francophonie, la Third World Academy of Science, des programmes européens. L'Union Mathématique Internationale de la Société Mathématique Européenne ont des programmes spécifiques. Mais venons-en à l'UNESCO dont je rappelle la signification du sigle : United Nations for Education Science and Culture Organisation. Il y a « Science » dans l'intitulé. L'UNESCO est une organisation prestigieuse qui n'agit pas au nom d'états et est donc à l'abri de tout soupçon de néo-colonialisme ou de visées exclusivement mercantiles. Malheureusement l'organisation est pauvre, surtout depuis que quelques écarts de gestion ont servi de prétexte à certaines nations pour ne pas payer leur cotisation. Une fois ses fonctionnaires rétribués il ne lui reste qu'un maigre budget. Finalement le dispositif des mathématiques pour l'UNESCO se réduit à pas grand chose : Une division des sciences avec un directeur, une sous direction des sciences dures avec une personne responsable des programmes de mathématiques, physique et chimie. Le budget des mathématiques est pour 1998 de 250 KF. Je dis bien MF, pas MF ! A cette somme il convient d'ajouter les soutiens ponctuels accordés par les bureaux régionaux de l'UNESCO à des individus ou manifestations. Au total cela ne dépasse jamais quelques dizaines de MF par an.

Heureusement ce n'est pas tout. Il existe deux organismes, liés par leur histoire, qui œuvrent pour les mathématiques sous la bannière de l'UNESCO. Le centre Abdus SALAM de Trieste et le CIMPA. Le premier est un institut ayant ses murs à Trieste, fondé il y a 30 ans par le prix Nobel Abdus SALAM, il a un budget annuel de plus de 120 MF pour l'essentiel versés par l'Italie à l'UNESCO selon le système dit de « fonds mis en dépôts », c'est-à-dire une sorte de cotisation finalisée. Ce centre est dédié à la physique théorique et par extension à de nombreux aspects des mathématiques. Les mathématiques y représentent actuellement 20 à 30% de l'activité. En gros le centre fonctionne de la manière suivante :

— une activité scientifique permanente a lieu dans les locaux de Trieste animée par les professeurs permanents (à ma connaissance trois en mathématiques).

— des écoles de formation de plusieurs semaines sont organisées à Trieste chaque année.

— le statut de membre associé, accordé à des mathématiciens des PED, confère à son titulaire la possibilité de faire plusieurs séjours à Trieste, tous frais payés. Le membre associé bénéficie alors, en plus de la possibilité de suivre des enseignements, d'une bibliothèque, des commodités associées à l'ordinateur et de contacts. Cette formule est en train d'évoluer, le centre permettant à ses associés de faire des séjours ailleurs qu'à Trieste dans des laboratoires agréés.

— des centres affiliés. Ce sont des centres, dans des pays en développement, qui reçoivent un soutien financier sur une durée importante.

Le CIMPA a été créé il y a vingt ans. L'idée de ses promoteurs était celle d'un centre comparable à l'Institut Abdus SALAM, travaillant sous l'égide de l'UNESCO et dédié au mathématiques. Cela n'a pas été le cas. En dépit de tous les efforts de ses responsables successifs il n'a jamais été possible d'obtenir d'un gouvernement français la mise à disposition de l'UNESCO de fonds pour les mathématiques. Dans ces conditions le CIMPA a dû se contenter d'un simple lien contractuel avec l'UNESCO qui lui a versé chaque année une subvention qui a varié entre 300 MF et 125 MF, prise en général sur la dotation des mathématiques. Le reste de son budget de fonctionnement a été et continue d'être négocié chaque année, au coup par coup, auprès de bailleurs de fonds français : ministère en charge de la recherche, Affaires étrangères, coopération..., pour un montant global qui n'a jamais dépassé 2,5 MF, comprenant les mises à disposition de personnel et dans des conditions de précarité qui sont à l'origine d'une activité fortement en dents de scie. Son bilan est cependant remarquable puisque en vingt ans, une centaine d'écoles ont accueilli près de 3000 stagiaires de pays en développement. Ce bilan est à porter au crédit des centaines de collègues qui, pour des frais de mission calculés au plus juste et une rétribution symbolique, travaillent avec enthousiasme au succès des écoles et autres manifestations. Il faut ajouter 7 numéros d'un bulletin « Mathematics and Development » qui a publié jusqu'en 1984 des informations utiles comme des annuaires des mathématiciens des pays du Sud. Bien qu'animé principalement par des français le

CIMPA s'est toujours réclamé de l'UNESCO et la liste des conférenciers des écoles montre que les étrangers y ont toujours été présents de façon très significative.

Malheureusement en septembre 1998 l'avenir du CIMPA semble bien compromis. Les coups durs s'accumulent sur lui.

— la ville de Nice, dont on sait que l'actuel maire n'est pas précisément un « tiers mondiste », a récupéré la villa qu'elle mettait gratuitement à la disposition du CIMPA qui a dû déménager dans un local payant.

— le ministère des Affaires étrangères a fait passer de 400 à 300, 150 puis 0 MF sa subvention annuelle.

— la coopération française est en pleine réorganisation et l'existence d'un budget 1999 est loin d'être assurée.

— la DRIC qui est un des soutiens institutionnels important du CIMPA a vu son budget 1998 presque divisé par deux. Pourra-t-elle maintenir sa subvention au niveau actuel ? Pourra-t-elle poursuivre son effort pour le CIMPA au même niveau ?

— les contrôleurs financiers font de plus en plus de difficultés pour financer les associations.

Personne ne peut dire à l'heure actuelle si le CIMPA aura les moyens en 1999 de maintenir son activité. Sombre tableau !

Mais puisque le but de cet article est de rêver, rêvons à ce que pourrait être un CIMPA digne de ce nom. Il serait l'opérateur de l'UNESCO pour les mathématiques. Pour cela son conseil d'administration serait résolument international (ce qui n'est pas le cas actuellement, faute de moyens pour financer les réunions) et serait lié organiquement à l'UMI. Il aurait pour mission principale d'initier des actions dans des endroits stratégiques délaissés par la politique étrangère des nations et aurait la responsabilité de produire et de faire circuler en permanence toutes les informations intéressant les mathématiciens des pays pauvres. Pas de personnel permanent, juste un délégué général déchargé de tout souci de budget et gestion financière, un secrétariat et des correspondants un peu partout dans le monde, un conseil scientifique international définissant les orientations et évaluant les programmes. Si l'on en juge par ce que le CIMPA a produit avec des moyens ridicules, entre cinq et dix millions de francs par an seraient suffisants pour faire fonctionner auprès de l'UNESCO un outil remarquable. La France pourrait déléguer cette somme à l'UNESCO, sa place éminente dans la recherche mathématique lui en impose en quelque sorte le devoir. Elle en retirerait un bénéfice moral sans commune mesure avec le coût consenti. Et si finalement la France devait ne pas assumer ses responsabilités vis-à-vis du CIMPA ce dernier vivra malgré tout et d'autres pays feront ce que nous n'avons pas su faire.

En guise de conclusion, des raisons d'espérer

Les difficultés actuelles du CIMPA et la faiblesse de la présence des mathématiques dans le dispositif de coopération française ne doivent pas faire oublier l'essentiel qui, lui, est extrêmement encourageant. Jamais la cause des mathématiques pour le développement n'a été aussi populaire en France.

La commission française pour l'UNESCO, dans sa commission des sciences, a pour la première fois depuis longtemps deux représentants mathématiciens. Ils font un travail considérable. Grâce à eux le dossier CIMPA a été l'objet d'une attention toute particulière et le Directeur Général Federico Mayor a fait à la France des propositions intéressantes qui malheureusement n'ont pas reçu à ce jour une réponse au plan politique convenable, c'est-à-dire celui de ministres. L'Académie des sciences, s'est penchée sur le CIMPA et a adopté une résolution en faveur de son développement. Des liens plus étroits entre l'UMI et le CIMPA sont en train de se nouer.

La tutelle de la recherche pour les mathématiques MENRT considère depuis plusieurs années le dossier coopération comme prioritaire. Des efforts considérables sont faits pour trouver un cadre réglementaire convenable à cette activité. La conférence des présidents d'université réfléchit à un dispositif de postes dédiés à la coopération avec les pays en développement qui pourraient être créés dans les universités. Sous l'impulsion de son nouveau président l'ORSTOM[4] va développer de plus en plus son action en coopération avec les universités, ce qui ne peut qu'être favorable aux mathématiques. Un groupement d'intérêt public incluant l'ORSTOM les universités et d'autres organismes est à l'ordre du jour. Enfin le dispositif de la coopération scientifique française est en train de vivre une réorganisation fondamentale. Toutes ces évolutions sont propices à une réévaluation de la place des mathématiques. A condition que nous sachions saisir l'occasion.

Le rayonnement des mathématiques françaises est immense dans le monde. Notre communauté mathématique est forte de nombreux enseignants chercheurs renforcée par de nombreux savants étrangers qui devant quitter leur pays trouvent ici une terre d'asile. Les mathématiciens français ont toujours su soutenir leurs collèges victimes de mesures arbitraires, emprisonnés. Alors comment se fait-il que les dirigeants de la France, qui ont le souci de la présence de notre culture, n'aient pas encore compris que pour une somme ridiculement petite notre pays pourrait accroître considérablement son prestige ? Et, bien plus que le prestige comment ne pas voir que les amitiés que nous pourrions ainsi nouer seraient la meilleure assurance que nous pourrions laisser à nos enfants pour affronter les crises majeures qui se profilent à l'horizon ?

Mais ne sommes-nous pas, nous mathématiciens, responsables de cet état des choses ? Les hommes politiques ne prennent en compte que les opinions qui s'expriment. Avons-nous fait toute la publicité qui convenait autour de nos activités en coopération ? Avons-nous valorisé convenablement notre bilan dans ce domaine ? Avons-nous tapé du poing sur la table chaque fois qu'il était nécessaire ? Avons-nous approché suffisamment les ministres, le président de la République sur cette question ? Notre communauté ne manque pas de personnalités à l'autorité morale incontestable, se sont-elles suffisamment exprimées ? Il faut des décisions politiques, donnons-nous les moyens de hisser le problème à ce niveau.

[4] Le sigle ORSTOM désigne l'Office de Recherche Scientifique pour les territoires d'Outre Mer qui existait au temps de la colonisation française. L'Institut français de recherche scientifique pour le développement en coopération qui a pris la suite de cet organisme en a gardé le sigle.

Géométrie et ordinateurs (II)

Sphères discrètes, réduction des bases de $\mathbb{Z}^n$

Jean-Pierre REVEILLÈS
(*LLAIC1, Université d'Auvergnereveil@llaic.u-clermont1.fr*)

1 – Introduction

La complexité des algorithmes rencontrés en mathématique discrète vient souvent de l'augmentation des dimensions ou de la taille des données à traiter, mais ce n'est pas la seule cause. Dans de nombreuses applications de nature plus géométrique (voir entre autres [4], [7], [10], [11], [15], [16], [17], [18]), elle est assez directement liée à des concepts algébriques et arithmétiques et assez souvent on voit surgir la fameuse *réduction des bases des sous-groupes de* $\mathbb{Z}^n$. Cette deuxième partie donne un tel exemple d'apparition de cette question dans l'étude des sphères discrètes.

De nombreux travaux et plusieurs algorithmes, dont le célèbre LLL ([13]), sont liés à la *réduction des bases*. L'étude de certains objets discrets définis par des solutions d'inéquations diophantienne simples et surtout l'algorithmique associée, nous obligent à revoir ce problème sous un angle plus géométrique. Nous pensons également que la didactique de ce type de sujet peut, en retour, profiter de cette approche plus géométrique. Après une présentation détaillée d'une approche géométrique de la réduction en dimension 2 nous donnons sa généralisation à l'aide des sphères circonscrites à des simplexes de dimension quelconque.

C'est volontairement que nous nous restreignons à la réduction des réseaux *discret*, (i.e. dans $\mathbb{Z}^n$), même si quelques concepts euclidiens classiques sont employés pour la commodité de l'exposé. Ce choix se justifie par les relations que la Géométrie Discrète entretient avec la Géométrie Algorithmique, la Cristallographie et de nombreux domaines de l'Informatique. On apprend beaucoup sur ces questions en les traitant algorithmiquement, c'est pour cette raison que quelques bouts de code très succints, écrits avec *Maple* sont joints à cette partie.

2 – Enveloppe convexe des sphères discrètes

Comme pour les cercles discrets introduits dans la première partie, la sphère discrète $\mathcal{S}_R$ peut être considérée comme l'ensemble des *points frontière* de la boule discrète définie par l'inéquation $x^2 + y^2 + z^2 < (R + \frac{1}{2})^2$.

L'algorithme suivant construit la partie de la sphère discrète $\mathcal{S}_R$ formée des points qui satisfont aussi aux inégalités $0 \leq x \leq y \leq z$; c'est, plus précisément, un 48-ième de la sphère complète ; cette partie peut être considérée comme un domaine fondamental du groupe des symétries d'un cube. Sa projection sur le plan xOy est le quart d'ellipse $x^2 + 2y^2 < (R + \frac{1}{2})^2, x \geq 0, y \geq 0$.

La variable tmp_e permet de construire le bord de cette ellipse en suivant le point courant de coordonnées (x, y_e) de manière incrémentale ; (l'affichage, qui n'est pas traité ici, peut être facilement réalisé avec le logiciel mentionné).

```
x = 0 ; y = 0 ; z = 0 ; tmp = R^2 + R
y_e = [R√(2)/2] ; tmp_e = tmp;
pour x = 0   R faire
  pour y = 0   y_e faire
   point(x , y , z) ;
   tmp = tmp + 2y + 1 ;
   y = y + 1 ;
   si tmp ≥ R^2 + R + 1
   alors
      tmp = tmp − 2z + 1 ; z = z − 1
   fin si
  fin pour
  tmp_e = tmp_e + 2x + 1
  si tmp_e ≥ R^2
  alors
   tmp_e = tmp_e − 4y_e + 2 ;
   y_e = y_e − 1
  fin si
fin pour
```

Soient $M = (x, y, z)$ un point de $\mathcal{S}_R$ et $\nu = (\alpha, \beta, \gamma)$, $\nu' = (\alpha', \beta', \gamma')$ deux directions entières. Le produit vectoriel $\nu \wedge \nu'$ donne le vecteur normal à la face définie par M et les deux directions ν et ν' ; il est désigné par $n = (a, b, c)$. Cette fois notre problème nécessite l'étude des deux cercles d'intersection définis par les plans $aX + bY + cZ = k$ et $aX + bY + cZ = k + 1$, où $k = ax + by + cz$, avec la sphère euclidienne $X^2 + Y^2 + Z^2 = (R + \frac{1}{2})^2$. La partie essentielle du travail consiste à calculer la distance du point d'intersection I de la droite dirigée par $n = (a, b, c)$ et du plan $aX + bY + cZ = k + 1$, de coordonnées

$$I = (k + 1)(a^2 + b^2 + c^2)^{-1}(a, b, c),$$

au réseau entier défini par l'équation

$$aX + bY + cZ = k + 1.$$

Nous avons vu dans la première partie deux cas d'évaluation arithmétique de cette distance qui sera encore notée r comme précédemment ; on a aussi le résultat suivant.

Théorème 1. — *La face définie par le point M et les deux vecteurs ν et ν', est une face de l'enveloppe convexe de $\mathcal{S}_R$ si et seulement si on a*

$$r^2 > (R+\frac{1}{2})^2 - \frac{(ax+by+cz+1)^2}{a^2+b^2+c^2}.$$

La généralisation du théorème 1 (de la partie I) aux sphères discrètes nécessite donc de savoir trouver le point d'un sous-groupe de rang 2, $\mathcal{G}$, de $\mathbb{Z}^3$ le plus proche d'un point (rationnel) donné du plan euclidien défini par $\mathcal{G}$. Ce problème suppose lui-même que l'on sache trouver la *base minimale* d'un groupe tel que G. Ces questions sont traitées plus loin.

Dans notre cas le groupe $\mathcal{G}$ est défini par une équation diophantienne :

$$ax + by + cz = 0,$$

il s'agit donc de déterminer la base minimale du sous-groupe $\mathcal{G}$ de $\mathbb{Z}^3$ orthogonal à la direction entière (a, b, c) normale à la face testée.

3 – Algorithme de réduction d'une base d'un sous-groupe de $\mathbb{Z}^2$

On considère une base $\mathcal{B} = (OU, OV)$ d'un sous-groupe $\mathcal{G}$ de $\mathbb{Z}^2$. Il suffit de résoudre ce cas particulier pour savoir réduire une base d'un sous-groupe de rang 2 de $\mathbb{Z}^n$.

Soient $OU = (a, b), OV = (c, d)$ les composantes de ces vecteurs ; on suppose que le déterminant $\delta = ad-bc$ de $\mathcal{B}$ est positif. Donnons un critère de minimalité commode pour une telle base ; celui-ci sera généralisé plus loin au §8.

En général le cercle circonscrit au triangle OUV d'une base $\mathcal{B}$ contient beaucoup d'autres points de $\mathcal{G}$ sauf si $\mathcal{B}$ est *minimale* auquel cas il ne contient plus que les trois points O, U et V. Le cercle circonscrit à la base (OU, OV) de la figure 1 contient de nombreux points du sous-groupe $\mathcal{G}$ dont les éléments sont représentés par de gros points. Par contre dans le cercle circonscrit au triangle OUV' seuls les trois sommets sont dans $\mathcal{G}$; la base $\{OU, OV'\}$ est minimale.

Cette propriété de la base $\{OU, OV'\}$ est connue en géométrie algorithmique où l'on dit que OUV' est un *triangle de Delaunay* du réseau $\mathcal{G}$ (cf. [1]). Les assertions précédentes se déduisent du théorème suivant.

Théorème 2. — *Soit $\mathcal{G}$ un sous-groupe de $\mathbb{Z}^2$ et (OU, OV) l'une de ses bases. Les trois propriétés suivantes sont équivalentes :*

a) le centre du cercle circonscrit à OUV est intérieur au triangle OUV,

b) (OU, OV) est base minimale de $\mathcal{G}$.

c) OUV est un triangle de Delaunay du réseau $\mathcal{G}$.

Bien que la preuve de ces équivalences soit immédiate nous l'incluons dans le souci de rendre l'article le plus autonome possible. Si l'on désigne par $\Delta(OU)$ la bande parallèle du plan euclidien orthogonale au côté OU du triangle OUV délimitée par les extrémités O et U, on voit que l'algorithme de réduction consiste en particulier à déterminer le point V de la droite de Bézout associée à OU contenu dans $\Delta(OU)$. On dit dans ce cas que le côté OU vérifie la propriété (μ). De la même manière l'algorithme conduit à modifier les sommets U et V de telle sorte que les deux côtés OU et OV vérifient la condition (μ). Ceci

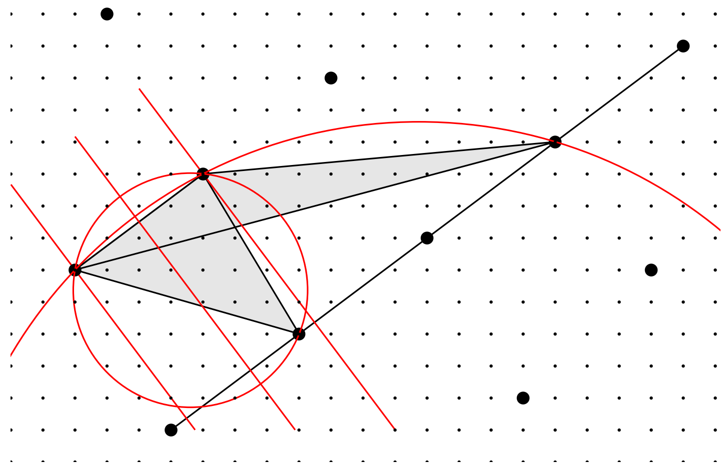

FIG. 1. *
Figure 1. — Réduction de la base d'un réseau

équivaut à dire que les médiatrices de OU et OV se coupent à l'intérieur du triangle OUV (et que le côté UV vérifie aussi la condition (μ)). Autrement dit l'assertion a) du théorème équivaut à dire que les 3 côtés du triangle OUV vérifient (μ).

Montrons que a) entraine que la base (OU, OV) est minimale. Supposons que le côté OU soit de longueur minimale. Par conséquent, voir la figure 2, le sommet V appartient à la région délimitée par $\Delta(OU)$ et extérieur à la réunion des cercles de centres O et U et de rayon OU.

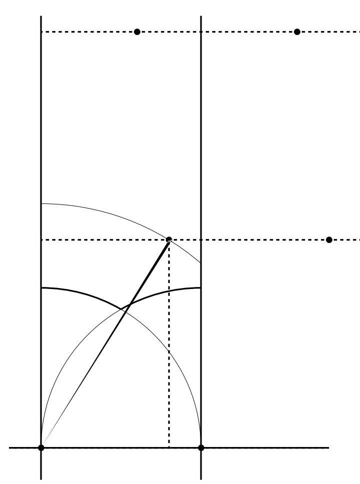

FIG. 2. *
Figure 2. — Un triangle réduit contient la base minimale

Soient v_x et v_y les composantes de OV dans la base orthonormée associée aux directions OU et $OU^{\perp}$. La restriction imposée à OV montre que l'on a $v_y/v_x \geq 1$. Il s'en déduit que $3v_y^2 > v_x^2$ et que $4v_y^2 > v_x^2 + v_y^2$ d'où il résulte que $2v_y > \|OV\|$.

Si l'on considère un point quelconque du réseau d'indice de Bézout $\neq \pm 1$ son module est toujours supérieur ou égal à $2v_y$ donc strictement supérieur au module de OV. On voit donc que le vecteur de module minimum OW, parmi les points W du réseau non colinéaires à OU, est atteint sur les pointillés d'indices ± 1 ; c'est le vecteur OV ou le vecteur VU. La base (OU, OV) (ou (OU, VU)) est bien minimale.

Réciproquement, si la base (OU, OV) est minimale il est clair que les 3 côtés OU, OV et UV vérifient la condition (μ), par conséquent le centre du cercle circonscrit à OUV est intérieur au triangle.

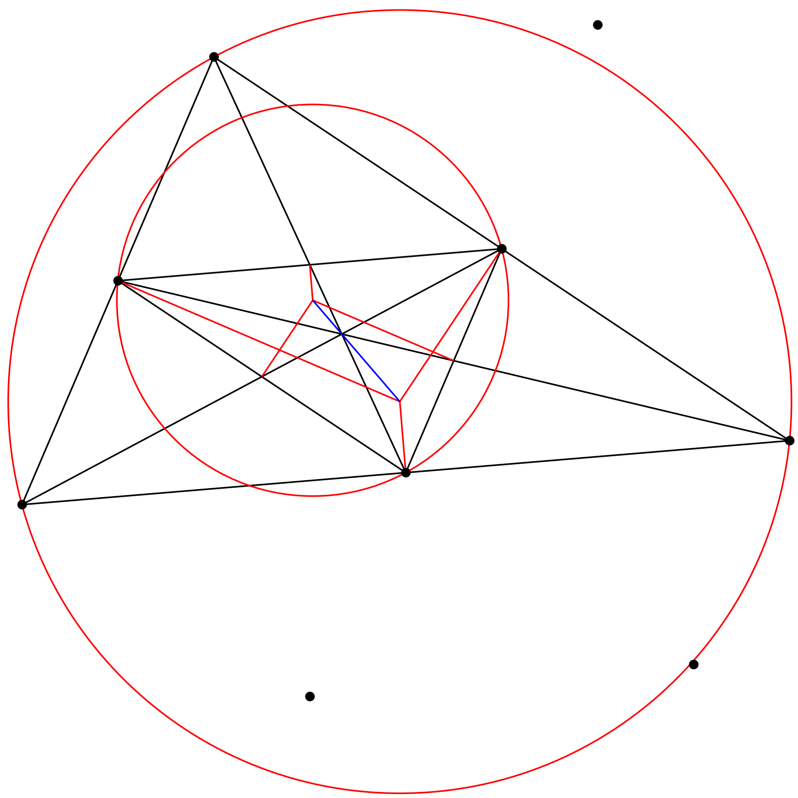

FIG. 3. *
Figure 3. — La droite d'Euler du triangle OAB

Montrons que b) implique c). Cette assertion résulte immédiatement des propriétés de la droite d'Euler du triangle OUV. La figure 3 représente un réseau $\mathcal{G}$ et une base minimale $\{OU, OV\}$; I désigne le centre du cercle circonscrit à OUV, I' est l'orthocentre de ce triangle. Tout résulte du fait que la longueur du segment II' est égale au rayon R du cercle circonscrit ssi OUV est un triangle rectangle. Si $II' \leq R$ le cercle circonscrit ne peut pas contenir les points de $\mathcal{G}$ tels que O', U', V', ni les autres. Par contre si $II' > R$ le point O' appartient à ce cercle et le triangle OUV n'est pas Delaunay. Un raisonnement plus synthétique utilisant les propriétés de minimalité bien connues du diagramme de Voronoï d'un ensemble de points, i.e. ceux du réseau, montre que la base minimale forme le triangle fondamental d'une triangulation duale de ce diagramme ; or celle-ci est la triangulation de Delaunay du réseau ; la figure 4 donne un exemple de diagramme de Voronoï d'un réseau entier de rang 2 et de sa triangulation duale de Delaunay.

Réciproquement si un triangle OUV du réseau est Delaunay, comme la triangulation qu'il induit est duale du diagramme de Voronoï associé au réseau, les propriétés de plus proche voisin de ce complexe impliquent que l'une des arêtes du triangle OUV, par exemple OU, atteint la plus courte distance entre deux points du réseau. L'une des arêtes non colinéaire à OU issues de O donne le deuxième vecteur de la base minimale.

Le théorème 1 ci-dessus montre qu'il est utile de savoir déterminer la base minimale d'un sous-groupe $\mathcal{G}$ en partant d'une base quelconque $\mathcal{B} = (OU, OV)$. Il est facile de concevoir un algorithme permettant d'en construire en diminuant le rayon du cercle circonscrit au triangle OUV en rapprochant l'un de ses sommets de la médiatrice du segment opposé.

Supposons que OU soit le plus petit côté du triangle OUV et considérons la parallèle Δ à OU passant par V. Comme O, U, V sont des points entiers, Δ contient une infinité de points de $\mathcal{G}$ de la forme $OV + k.OU$. L'un d'entre eux, noté K est le plus proche de la médiatrice du segment OU ; voir aussi la figure 1 où K était noté V'. On vérifie facilement que le rayon du cercle circonscrit à OUK est inférieur à celui du cercle passant par O, U et V. De plus la base est minimale si $V = V'$.

La décroissance du rayon du cercle circonscrit résulte de l'expression bien connue exprimant cette grandeur en fonction de la longueur des côtés et de l'aire du triangle inscrit. Rappelons que si T est un triangle dont les longueurs des côtés sont α, β, γ et dont l'aire est σ, alors le rayon de son cercle circonscrit est

$$R = \frac{\alpha\beta\gamma}{4\sigma}$$

Il est clair que l'étape de réduction faisant passer de OV à OV' ne change rien si $OV = OV'$ et diminue la longueur d'au moins un des côtés du triangle sinon, celles des deux autres et son aire restant invariantes. Par conséquent, si la base n'est pas minimale, le rayon du cercle circonscrit diminue strictement.

Ceci peut être itéré tant que le centre du cercle circonscrit à OUV est extérieur au triangle. Dès que le centre du cercle circonscrit est à l'intérieur du triangle, le quotient entier $\left[\frac{OU.OV}{|OU|^2}\right]$ est nul quel que soit le couple OU, OV considéré. L'algorithme s'arrête et le triangle obtenu est un triangle de Delaunay du réseau.

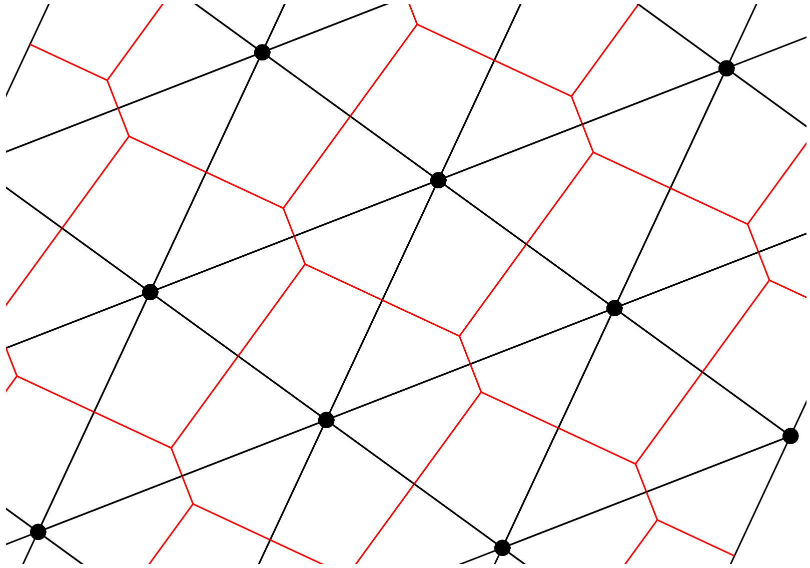

FIG. 4. *
Figure 4. — Diagrammes de Voronoï et de Delaunay d'un réseau

4 – Implémentations Maple des algorithmes de réduction et de plus proche voisin

La procédure **Base**(a, b, c) ci-dessous donne **une** base du sous-groupe $\mathcal{G}$ défini par l'équation diophantienne $ax+by+cz=0$. L'algorithme est essentiellement celui de Blankinship. La base obtenue est ensuite réduite par l'algorithme de réduction contenu dans la procédure **Red2**.

Pour des raisons de généralité les paramètres a, b, c transmis à la procédure **Base** ne sont pas supposés premiers entre eux, mais on suppose qu'ils vérifient les contraintes $0 < a < b < c$.

```
Base :=proc(a,b,c)
local B,g,M,L,C1,C2,C3,p,x,y :
L :=[a,b,c] :
C1 :=array([a,1,0,0]) :
C2 :=array([b,0,1,0]) :
C3 :=array([c,0,0,1]) :
g :=igcd(op(L)) :
y :=max(op(L)) :
while y¡¿g do
 x :=min(op(L)) :
 member(x,L,'p') :
 if p=1 then
 C2 :=evalm(C2-scalarmul(C1,iquo(L[2],L[1]))) :
 C3 :=evalm(C3-scalarmul(C1,iquo(L[3],L[1])));
 elif p=2 then
 C1 :=evalm(C1-scalarmul(C2,iquo(L[1],L[2]))) :
```

```
  C3 :=evalm(C3-scalarmul(C2,iquo(L[3],L[2])));
  else
  C1 :=evalm(C1-scalarmul(C3,iquo(L[1],L[3]))) :
  C2 :=evalm(C2-scalarmul(C3,iquo(L[2],L[3])));
  fi :
  L :=[C1[1],C2[1],C3[1]] :
  y :=max(op(L)) :
  M :=matrix([evalm(C1),evalm(C2),evalm(C3)]);
  M :=transpose(M) :
  print(M);
 od :
 B :=NULL :
 if C1[1]=0 then B :=B,convert(C1,list)[2..4] fi :
 if C2[1]=0 then B :=B,convert(C2,list)[2..4] fi :
 if C3[1]=0 then B :=B,convert(C3,list)[2..4] fi :
 [B] :
 end :
```

L'algorithme de réduction d'une base d'un sous-groupe de rang 2 de $\mathbb{Z}^3$ se déduit du critère de minimalité vu au paragraphe 3. La totalité des détails contenus dans la procédure **Red2** ne méritent pas d'être présentés ici ; nous nous contentons de donner le cœur de cette procédure dans le cas d'une base $\mathcal{B} = (OU, OV)$, de $\mathbb{Z}^2$ où $|OU| \leq |OV|$ et $|OU| \leq |OV - OU|$. Dans ce cas l'essentiel de la procédure Maple de réduction à la forme minimale, qui peut être considérée comme une généralisation de l'algorithme de Perron-Frobenius, est donnée ci-dessous.

$q = \left[\frac{OU.OV}{|OU|^2}\right]$

tantque $q \geq 1$ faire

$OV = OV - qOU$

change(OU, OV)

$q = \left[\frac{OU.OV}{|OU|^2}\right]$

fin tantque

La procédure **Voisin** (B, V) suivante détermine le point du sous-groupe $\mathcal{G}$ engendré par B le plus proche du point V. On suppose ici que $\mathcal{G}$ est de rang 2 dans $\mathbb{Z}^3$ et que V est un point *rationnel* du plan euclidien contenant G.

```
Voisin :=proc(B,V)
local nu,P,min,del,x :
nu[1] :=B[1] : nu[2] :=B[2] :
# origine du paralllogramme contenant V :
P :=evalm(scalarmul(nu[1],
floor(evalm(V&*nu[1])/evalm(nu[1]&*nu[1])))
+scalarmul(nu[2],
floor(evalm(V&*nu[2])/evalm(nu[2]&*nu[2]))));
# le sommet du paralllogramme bas en P le plus proche de V.
min :=evalm(evalm(P)&*evalm(P)) :del :=[0,0,0] :
x :=evalm(evalm(P-nu[1])&*evalm(P-nu[1])) :
if x¡min then min := x : del :=nu[1] fi :
x :=evalm(evalm(P-nu[2])&*evalm(P-nu[2])) :
```

```
if x¡min then min := x : del :=nu[2] fi :
x :=evalm(evalm(P-nu[1]-nu[2])&*evalm(P-nu[1]-nu[2])) :
if x¡min then min := x : del :=nu[1]+nu[2] fi :
evalm(P+del) :
end :
```

Ces questions étant plutôt délicates nous allons les illustrer avec une application ; soient $a = 3, b = 7, c = 11$, on détermine une base du groupe $\mathcal{G}$ d'équation $3x + 7y + 11z = 0$:

$$\mathbf{Base}(3, 7, 11);$$

Les calculs intermédiaires donnent deux matrices :

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 7 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et on obtient la base

$$B := \{[7, -3, 0], [1, -2, 1]\}$$

que l'on réduit :

$$B := \mathbf{Red2}(\acute{}\ [1],\ \check{}\,[2]);$$

$$B := \{[5, 1, -2], [1, -2, 1]\}.$$

On cherche l'élément de ce groupe le plus proche du point V de coordonnées : $V := [-31/6, -251/14, 141/11]$;

$$\mathbf{Voisin}\ (B, V);$$

et on obtient le point :

$$[-7, -19, 14].$$

5 – Réseaux entiers, bases, minimalité et Delaunay

On s'intéresse aux réseaux entiers, i.e. aux sous-groupes de $\mathbb{Z}^n$. On sait trouver, au moyen de l'extension de l'algorithme d'Euclide donnée par Blankinship ([3]), au moins une base d'un tel réseau. Une base du groupe discret $\mathcal{G}$ sera notée $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$. Le déterminant $\Delta = det(\mathcal{B})$, appelé volume fondamental de la base $\mathcal{B}$ est invariant pour toutes les bases de $\mathcal{G}$.

Les bases construites algorithmiquement sont généralement très « effilées », (formées de longs vecteurs) ce qui les rend peu exploitables dans les applications concrètes qu'on veut en faire. Or d'après Minkowski, on sait qu'il existe toujours des bases *minimales*, formées de vecteurs les plus courts possibles ; celles-ci simplifient par exemple la recherche du point d'un réseau le plus voisin d'un point donné, qui est l'un des problèmes que nous avons rencontré à plusieurs reprises dans ce texte. On aimerait également réduire les bases par une approche la plus géométrique possible.

Considérons le premier vecteur minimal de $\mathcal{G}$, soit μ_1, il est clair que la boule ouverte de $\mathbb{Z}^n$ de centre O et de rayon $\|\mu_1\|$ ne contient pas d'autre point de $\mathcal{G}$ hormis l'origine O. De même si nous examinons les deux premiers vecteurs minimaux μ_1 et μ_2, la boule ouverte de même centre, mais dont le rayon est cette fois égal à $\|\mu_2\|$, ne contient pas d'autres points de $\mathcal{G}$ autres que O et $\pm\mu_1$. Par conséquent la sphère (de dimension $n-1$), circonscrite aux points O, μ_1, μ_2, (pour alléger nous notons de la même façon l'extrémité d'un vecteur et le vecteur), étant contenue dans la boule précédente, ne contient pas d'autres points de $\mathcal{G}$. Cette dernière est donc, d'après une définition bien connue en Géométrie Algorithmique, une *sphère de Delaunay* de l'ensemble formé par les points de $\mathcal{G}$. Le raisonnement se prolonge à toutes les dimensions et montre que les sphères circonscrites aux suites partielles $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k, k \leq n$, sont Delaunay. Il existe par conséquent une relation étroite entre la recherche des bases minimales et celle de la triangulation de Delaunay d'un réseau, cette dernière étant duale de sa décomposition en cellules de Voronoï ([1]).

A chaque étape de la définition d'une base minimale, les $k-1$ premiers vecteurs minimaux étant déjà choisis, le minimum des longueurs des vecteurs de $\mathcal{G}$ qui n'appartiennent pas au sous-espace $[\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{k-1}]$ peut être atteint par plusieurs éléments. Par conséquent il n'existe pas en général de base minimale *canonique* dans un réseau entier.

6 – Simplexes et sphères circonscrites

Le rapprochement entre les bases minimales et la condition de Delaunay des sphères circonscrites aux suites partielles $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k, k \leq n$ d'une telle base suscite une approche plus géométrique de la réduction des bases.

Rappelons que le k-simplexe défini par $k+1$ points $s_0, s_1, \ldots, s_k$ de $\mathbb{R}^n$, noté $\sigma =< s_0, s_1, \ldots, s_k >$, désigne leur enveloppe convexe euclidienne.

On désignera par S^{k-1} la sphère de $\mathbb{R}^k$ ensemble des points $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ tels que

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_k^2 = 1$$

Si $\mathcal{F}$ est une partie compacte de $\mathbb{R}^k$, finie ou infinie, on désigne par $S^{k-1}(\mathcal{F})$ la sphère de dimension $k-1$ de plus petit rayon contenant $\mathcal{F}$. On dit que c'est la sphère englobante de $\mathcal{F}$. On désigne par $R(S^{k-1})$ le rayon de la sphère S^{k-1}.

Lorsque $\mathcal{F}$ se réduit à un k-simplexe de $\mathbb{R}^k$, (ou à un ensemble de $k+1$ points de cet espace), $S^k(\mathcal{F})$ coïncide avec la sphère circonscrite à $\mathcal{F}$, qui est bien définie.

Un cas important est celui où $\mathcal{F}$ est la réunion d'une sphère de dimension $k-1$, S^{k-1} et d'un point M de $\mathbb{R}^n$, où $k \leq n$. Il est bien connu que dans ce cas la sphère englobante $S^k(\mathcal{F})$ est également circonscrite et que son centre se trouve sur l'axe de symétrie (δ) de S^{k-1} qui est orthogonal à l'hyperplan $(\mathcal{P})$ qu'elle définit. Observer que $S^k(\mathcal{F})$ est également la sphère englobante de la réunion de M et de la sphère $S^k(S^{k-1})$. Cette dernière a une dimension de plus que S^{k-1} mais le même rayon.

Supposons la droite (δ) orientée et désignons par d la distance de M à celle-ci et par h la distance de M à l'hyperplan $(\mathcal{P})$; on note ρ le rayon de S^{k-1}. Le couple (h, d) constitue les coordonnées cylindriques du point M. Un calcul facile donne l'abscisse (algébrique) du centre de la sphère circonscrite à $\mathcal{F}$ sur la droite (δ).

Si 0 et ω représentent respectivement les centres des sphères S^{k-1} et $S^k(\mathcal{F})$, on a

$$\overline{0\omega} = \frac{h^2 + d^2 - \rho^2}{2h}$$

Autrement dit, lorsque $h > 0$, on a $\overline{0\omega} > 0$ si M est extérieur à la sphère S^{k-1} et $\overline{0\omega} \leq 0$ sinon. (1)

Un résultat analogue est vrai lorsque $h < 0$. On en déduit la valeur du rayon $R(S^k(\mathcal{F}))$, noté R dans la suite.

$$R^2 = \rho^2 + \frac{(h^2 + d^2 - \rho^2)^2}{4h^2}$$

On désigne par S^{k-1} une sphère de dimension $k-1$ comme ci-dessus et par $\mathcal{E}^+$ l'ensemble des points de $\mathbb{R}^n$ pour lesquels $h > 0$. Si $M, M' \in \mathcal{E}^+$ on note $\mathcal{F}$, (resp.$\mathcal{F}'$) les compacts $\{S^{k-1} \cup M\}$, (resp. $= \{S^{k-1} \cup M'\}$).

Dans ces conditions la valeur du rayon de la sphère circonscrite à $\mathcal{F} = \{S^{k-1} \cup M\}$ induit un ordre sur les points M de $\mathcal{E}^+$.

On notera $M \prec M'$ si M est intérieur à la sphère $S^k(\mathcal{F}')$ et $M \preceq M'$ si M est intérieur ou appartient à la sphère $S^k(\mathcal{F}')$.

Il est bien sûr équivalent de dire que l'on a $M \prec M'$ si $R(S^k(\mathcal{F})) < R(S^k(\mathcal{F}'))$ et que $M \preceq M'$ si $R(S^k(\mathcal{F})) \leq R(S^k(\mathcal{F}'))$. (2)

7 - Classification géométrique des simplexes

Considérons un k-simplexe $\sigma =< s_0, s_1, \ldots, s_k >$ et sa sphère circonscrite S^{k-1} ; soit s_{k+1} un point de $\mathcal{E}^+$. On désigne par σ le $k+1$-simplexe $< s_0, s_1, \ldots, s_{k+1} >$ et par S^k la sphère circonscrite à ce dernier de centre ω et de rayon R. Rappelons qu'un même simplexe, par exemple σ, possède des sphères circonscrites de dimensions distinctes, par exemple $S^{k-1}(\sigma)$ et $S^k(\sigma)$; ces dernières ont le même centre ω et le même rayon R mais des dimensions $k-1$ et k différentes.

On dit qu'un simplexe est *bien étoilé* ssi il contient le centre de sa sphère circonscrite. Un simplexe qui ne vérifie pas cette propriété est dit *mal étoilé.*

On a le résultat suivant.

Lemme 1. — *Un $k+1$-simplexe $\sigma =< s_0, s_1, \ldots, s_{k+1} >$ est bien étoilé ssi tout sommet s_i est extérieur à la k-sphère circonscrite à sa face opposée $< s_0, s_1, \ldots, \hat{s_i}, \ldots s_{k+1} >$ (où $\hat{}$ signifie l'omission).*

Démonstration. Un simplexe est bien étoilé ssi aucune face ne sépare le sommet opposé et le centre de la sphère circonscrite. La i-ème face $< s_0, s_1, \ldots, \hat{s_i}, \ldots s_k >$ de σ étant désignée par f_i on note 0_i le centre de sa sphère circonscrite (de dimension $k-2$ ou k) et, comme auparavant ω désigne le centre de la sphère circonscrite à σ. Les axes (δ_i) associés aux faces f_i sont orientés positivement lorsqu'ils *entrent* dans le k-simplexe σ), Soient (h_i, d_i) les coordonnées cylindriques du sommet s_i relativement à sa face opposée f_i, comme ci-dessus. Avec ces notations la condition σ *bien étoilé* équivaut à dire que pour tout i la composante $0_i\omega$ du centre ω sur l'axe (δ_i) est positive.

D'après la propriété (1) des sphères circonscrites vue au § précédent ceci équivaut à dire que pour tout i le sommet s_i est extérieur à la sphère de dimension $k-1$ circonscrite à la face f_i de dimension $k-1$.

On vérifie facilement qu'un simplexe est mal étoilé ssi il existe une face séparant ω du sommet opposé ; on dira que c'est la *face séparante* du simplexe mal étoilé (il n'en existe qu'une seule).

Considérons un simplexe non dégénéré bien étoilé et soit R le rayon de sa sphère circonscrite ; alors le rayon de la sphère circonscrite d'une de ses faces est inférieur ou égal à R. En effet une sphère circonscrite est aussi une sphère englobante, i.e. de plus petit rayon...

Pour un simplexe mal étoilé dont la face séparante est f, le rayon de la sphère circonscrite à celle-ci est supérieur aux rayons des sphères circonscrites aux autres faces.

La condition (2) du paragraphe précédent implique que si l'on remplace un sommet d'un simplexe par un point intérieur à sa sphère circonscrite, le rayon de sa sphère circonscrite diminue.

Le résultat suivant est évident.

Lemme 2. — *Les rayons des faces d'un simplexe sont tous majorés par le rayon de sa sphère circonscrite.*

Il a une conséquence intéressante.

Corollaire 1. — *Soit σ un k-simplexe diamétral d'une sphère S^k de rayon ρ et M un point quelconque de S^k, alors les rayons des faces du simplexe $M * \sigma$ (joint de M et σ) sont tous inférieurs à ρ. Le résultat est encore vrai si M est intérieur à S^k.*

8 – Algorithme de réduction d'une base

Soit $\mathcal{G}$ un sous-groupe de rang n de $\mathbb{Z}^n$ et $\mathcal{B} = \{u_1, \ldots, u_n\}$ une de ses bases dont la forme volume vaut Δ ; on désigne par Σ le n-simplexe $< s_0, s_1, \ldots, s_n >$ associé à cette base ; $s_0 = O$ et pour $i \geq 1$ s_i est l'extrémité de μ_i. Si $\mathcal{H}$ désigne le sous-groupe de $\mathcal{G}$ engendré par les $n-1$ premiers vecteurs $u_1, \ldots, u_{n-1}$, soit ν le vecteur directeur de la droite (euclidienne) orthogonale à $\mathcal{H}$ défini par $u_1 \wedge u_2 \wedge \cdots \wedge u_{n-1}$. Le sommet s_n est l'une des solutions de l'équation diophantienne

$$\nu.X = \Delta$$

où X est un vecteur entier quelconque $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Réduire la base $\mathcal{B}$ de $\mathcal{G}$ consiste, intuitivement, à trouver d'autres solutions de cette équation diophantienne ainsi que des équations analogues associées aux autres faces, de sorte que le simplexe associé soit le plus *petit* possible ; ce qui est le cas si le simplexe est bien étoilé. Ces réductions ont été illustrées plus haut au §3.

Supposons que le n-simplexe de rayon R associé à une base de $\mathcal{G}$ soit mal étoilé. On peut le réduire *modulo* sa face de rayon minimal, ceci donne un nouveau n-simplexe dont le rayon de la sphère circonscrite est strictement inférieur à R. Ce dernier est soit bien étoilé, soit mal étoilé.

Théorème 3. — *Si la réduction d'un n-simplexe mal étoilé Σ modulo la face f_i est un nouveau simplexe mal étoilé Σ', alors f_i est la face séparante du simplexe Σ'.*

Démonstration. Soit Σ le n-simplexe de rayon R associé à la base de $\mathcal{G}$ et σ la face de plus petit rayon et S^{n-1} la sphère associée à ce $n-1$-simplexe σ. Ce dernier est diamétral pour S^{n-1}. Soit s le sommet de Σ opposé à σ et $\mathcal{H}$ le sous-groupe affine de $\mathcal{G}$ translaté du sous-groupe associé à σ passant par s. On note $(\mathcal{P})$ le plan euclidien associé à ce sous-groupe affine.

Réduire la base revient à remplacer s par le point de $\mathcal{H}$ le plus proche du centre de la sphère S^{n-1}, soit μ.

Si le point μ est extérieur à S^{n-1} alors le nouveau n-simplexe est bien étoilé et l'algorithme s'arrête. Si μ est à l'intérieur de S^{n-1} alors le nouveau simplexe Σ est mal étoilé (ne pas oublier que σ est diamétral) et toutes ses faces (hormis σ) ont un rayon inférieur à ρ ; σ est bien la nouvelle face séparante. Il suffit de chercher la nouvelle face de rayon minimum.

Autrement dit soit on obtient une simplexe bien étoilé (et on s'arrête), soit on obtient un simplexe mal étoilé, mais alors les rayons des faces (et du simplexe) diminuent strictement. Pour un simplexe bien étoilé on ne peut pas aller plus loin, la base est *réduite* et nous conjecturons qu'elle est minimale.

9 – Conclusion

L'extension du champ d'application de l'informatique nécessite une utilisation croissante de notions et résultats théoriques provenant de presque tous les domaines mathématiques. Même les *discrétisations* générales qui ont souvent été perçues comme des opérations hautement destructrices peuvent tirer bénéfice, si elles sont bien définies, les secteurs auxquels elles sont naturellement apparentés tels que l'algèbre et l'arithmétique. De nombreux travaux actuellement poursuivis dans ce sens contribueront certainement à améliorer l'image que certains secteurs appliqués ont encore trop souvent dans la communauté mathématique.

Bibliographie

[1] Boissonnat (J.-D.) et Yvinec (M.) .— *Géométrie algorithmique.* — Ediscience international, 1995.

[2] Bresenham (J.). — *Algorithm for computer control of a digital plotter.* IBM System Journal, 1965, vol. 4, pp. 25-30.

[3] Blankinship W.A. — *A new version of the Euclidean algorithm.* Amer. Math. monthly, pp. 742-745, 1963.

[4] Cohen (D.) et Kaufman (A.E.). —*Fundamentals of surface voxelisation*, CVGIP–GMIP, 57 (6), No. 95, pp. 453-461.

[5] I. Debled-Rennesson. —*Etude et reconnaissance des droites et plans discrets.* — Thèse, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, déc. 1995.

[6] Debled (I.) et Reveillès (J.-P.) — *A New Approach to Digital Planes.* —Vision Geometry III, (R.A. Melter, A.Y. Wu eds.), Boston 1994, pp. 12–21, SPIE vol. 2356.

[7] Debled (I.) et Reveillès (J.P.) — *A linear algorithm for the segmentation of discrete curves.* — In Parallel Image Analysis and applications. Series in

Machine Perception artificial intelligence, Vol. 19 pp. 73-100, World Scientific 1996, ISBN 981-02-2476-1

[8] Erdös (P.), Gruber (P.M.) et Hammer (J.). — Lattice points. Longman Scientific & Technical. 1989.

[9] Hardy (G.H.) et Wright (E.M.) — An introduction to the theory of number, fifth edition, Oxford Sc. Pub., 1989.

[10] Kaufman (A.E.). — *Volume synthesis*. 6th International Workshop, Discrete Geometry for Computer Imagery 96, Lyon, France, November 1996. Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag.

[11] Kong (T.I.) et Rosenfeld (A.) . — *Digital Topology : Introduction and survey* — Computer Vision, Graphics and Image Processing 48, pp. 352-393, 1989.

[12] Lang (S.) . — Algebra, 3rd edition. Addison-Wesley. 1994.

[13] Lenstra (A. K.), Lenstra Jr. (H.W.) et Lovász (L.) . — *Factoring polynomials with rational coefficients,* Math. Ann. 261 (4) pp. 515-534, 1982.

[14] Reveillès (J.-P.). —*Géométrie discrète, calcul en nombres entiers et algorithmique*, —Thèse d'État, Strasbourg, 1991.

[15] Reveillès J.-P. et Yaacoub (J.). — *MAT Operator for contour extraction. Journal of Electronic Imaging*,

[16] Rosenfeld (A.). — Picture processing by computer, Acad. press, N.-Y. 1969.

[17] Rosenfeld (A.). — Picture Languages, Acad. press, N.-Y. 1979.

[18] Rosenfeld (A.). —*Digital straight lines segments*, I.E.E.E. Trans. on Computers, t. **23**, 12, 1974, p. 1264-1369.

[19] Seroul (R.). — Informatique pour mathématiciens. Masson 1996.

Un résumé des travaux de T. Gowers

Gilles GODEFROY (*Université Paris 6*)

Les travaux les plus importants de T. Gowers concernent la géométrie des espaces de Banach (voir [G1]) et l'analyse combinatoire finie (voir [G2]).

Les espaces de Banach ont été initialement conçus pour appliquer des idées topologiques (comme le théorème de Baire) ou géométriques (comme le théorème de Hahn-Banach) à des problèmes concrets d'analyse fonctionnelle, avant d'être étudiés pour eux-mêmes. La simplicité de leur définition recèle une grande complexité, dès lors qu'on sort du cadre topologique très simple dans lequel ils sont d'ordinaire utilisés. Ainsi, une classification des espaces de Banach à isomorphisme près paraît totalement hors de portée. Cependant, la théorie contient des résultats généraux et importants dont la démonstration est très délicate, ainsi que des exemples très élaborés. La contribution de T. Gowers dans ces deux directions est fondamentale.

William Timothy Gowers

Parmi les espaces de Banach, les espaces réticulés (c'est-à-dire essentiellement ceux qui sont isomorphes à des espaces ordonnés de fonctions ou de suites) ont une structure simple et bien comprise. Il est donc naturel de se demander si tout espace est de ce type ou du moins contient un sous-espace de ce type. Cette question a été résolue négativement en 1991 indépendamment et simultanément par T. Gowers et B. Maurey. Leur exemple d'espace de Banach sans suite basique inconditionnelle, dont la norme est définie inductivement (et apparaît donc comme un point fixe d'une certaine fonctionnelle), s'est révélé jouir de propriétés « négatives » très fortes : ainsi, aucun de ses sous-espaces fermés ne peut s'écrire comme somme directe de deux sous-espaces fermés de dimension infinie ; en d'autres termes, l'espace est *héréditairement indécomposable* (H.I.). Une modification de la construction a permis à T. Gowers de résoudre aussitôt après une question remontant à S. Banach, en montrant l'existence d'un espace de dimension infinie non isomorphe à ses hyperplans (ni à aucun sous-espace strict) avant de montrer avec B. Maurey qu'un opérateur sur un espace H.I. est toujours somme d'un opérateur scalaire et d'un opérateur strictement singulier, ce qui montre qu'en fait tout espace H.I. fournit une réponse négative à la question de S. Banach.

La structure d'un espace X a ainsi d'importantes conséquences sur celle de l'algèbre $L(X)$ des opérateurs continus de X dans X. Dans certains cas, une réciproque peut s'établir : par exemple, un théorème montré en 1971 par J. Lindenstrauss et L. Tzafriri énonce que tout espace de Banach dont tout sous-espace fermé est l'image d'une projection continue est isomorphe à l'espace de Hilbert. Un espace qui a « beaucoup » de projections est donc Hilbertisable. T. Gowers a montré en 1993 qu'on pouvait remplacer « projection » par « isomorphisme » dans le théorème ci-dessus : il établit en effet qu'un espace de Banach isomorphe à tous ses sous-espaces de dimension infinie est isomorphe à l'espace de Hilbert. Cette solution du problème de l'« espace homogène » repose d'une part sur un théorème de R. Komorowski et N. Tomczak-Jaegermann affirmant que tout espace de cotype fini contient l'espace de Hilbert ou un sous-espace sans base inconditionnelle et d'autre part sur le *théorème de dichotomie* de Gowers : tout espace de Banach contient un sous-espace H.I. ou un sous-espace à base inconditionnelle. En d'autres termes, tout espace de Banach contient soit un « très bon », soit un « très mauvais » sous-espace. Ce résultat fondamental repose sur un théorème combinatoire encore plus général obtenu par une utilisation subtile des jeux topologiques et dont les applications ne sont certainement pas épuisées. Notons au passage que le théorème de l'espace homogène s'ensuit du théorème de dichotomie, sans qu'il soit nécessaire d'établir l'*existence* d'un espace H.I. D'autres résultats importants ont été montrés par T. Gowers en géométrie des espaces de Banach : parmi ceux-ci, la construction d'un espace ne contenant ni sous-espace isomorphe à l_1, ni sous-espace à dual séparable, ainsi que l'existence d'un espace isomorphe à son cube mais pas à son carré, qui montre en particulier que deux espaces de Banach non isomorphes peuvent être tels que chacun d'entre eux est isomorphe à un sous-espace complementé de l'autre espace. Il est clair que ses travaux ont approfondi et complètement renouvelé toute la théorie.

Le point de départ des travaux de Tim Gowers en combinatoire finie est le célèbre théorème de Szemerédi, qui énonce que pour tout entier $k > 0$ et tout réel $\delta > 0$, il existe un entier N tel que tout sous-ensemble de $\{1, 2, ...N\}$ de cardinal au moins $\delta.N$ contient une progression arithmétique de longueur k. La démonstration du cas général, obtenu par Szemerédi en 1975, est de nature combinatoire et les bornes obtenues par sa méthode pour l'entier N, fonction de k et de δ, sont si grandes qu'il faut utiliser une notation spéciale pour les énoncer ; elles nécessitent au moins le sixième niveau de la hiérarchie de Ackermann. Le cas particulier $k = 3$ avait cependant été obtenu dès 1953 par K. Roth par une méthode de sommes d'exponentielles donnant dans ce cas de bien meilleures estimations, de l'ordre d'une exponentielle trois fois itérée de l'inverse de la densité δ, estimation ensuite améliorée par Heath-Brown et Szemerédi. Un approfondissement de la méthode de Roth a permis à T. Gowers d'établir le cas $k = 4$ du théorème de Szemerédi, avec N de l'ordre d'une exponentielle deux fois itérée d'une puissance négative de la densité. Tim Gowers est très probablement en possession du cas général et donc d'une amélioration quantitative extrèmement forte du théorème de Szemerédi, mais selon ses termes, il souhaite attendre que la difficile démonstration pour k quelconque soit vérifiée avant d'affirmer le résultat. La méthode de Gowers dans le cas

$k = 4$ utilise donc des sommes d'exponentielles et plus précisément l'analyse de Fourier sur les groupes cycliques. La stratégie consiste à établir une dichotomie sur les sous-ensembles dans lesquels on veut construire des progressions arithmétiques : ils sont « uniformes » ou « concentrés ». Le premier cas correspond à la petitesse de la transformée de Fourier de leur fonction caractéristique ; cette idée de Roth est ici modifiée et Gowers considère et utilise des ensembles « quadratiquement uniformes ». Le second cas intervient quand l'un des coefficients de Fourier est grand. Gowers montre alors l'existence d'une progression arithmétique sur laquelle la trace de l'ensemble a une densité plus grande, ce qui permet un argument itératif. L'un des outils essentiels de cette partie est une modification d'un théorème de Freiman qui montre quantitativement que les ensembles A d'entiers tels que $A + A$ ne soit pas beaucoup plus grand que A sont contenus dans des sommes de progressions arithmétiques. Notons que le théorème de van der Waerden, qui énonce que pour tout couple d'entiers (k, l), il existe $N = N(k, l)$ tel que pour toute partition de $\{1, 2, ...N\}$ en k sous-ensembles, l'un de ces sous-ensembles contient une progression arithmétique de longueur l, est une conséquence immédiate du théorème de Szemerédi. Les travaux de Gowers améliorent considérablement les bornes extrèmement grandes connues jusqu'à présent pour le théorème de van der Waerden. Remarquons enfin que les méthodes de Tim Gowers sont par certains aspects proches de techniques classiques en théorie des nombres. Elles pourraient s'interpréter comme un progrès vers la construction de grandes progressions arithmétiques dans des ensembles naturels, comme l'ensemble des nombres premiers.

Bibliographie

[G1] W. T. Gowers, *Recent results in the theory of infinite-dimensional Banach spaces*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Zürich (1994), 933-942.

[G2] W. T. Gowers, *A new proof of Szemerédi's theorem for arithmetic progressions of length four*, Geom. and Funct. Anal. vol 8 (1998), 529-551.

Rashomon

Pavages et rotations

Charles RADIN (*University of Texas, Austin*)

We have all seen how illuminating it can be to view something, even something one knows very well, from an unusual direction. I will describe here a mathematical example of this which is somewhat unusual in the number of views used, and, particularly, their diversity. The story I will tell is how the modelling of quasicrystals led, by a circuitous route, to a classification of the "generalized dihedral" groups, realizable as the subgroups of SO(3) generated by rotation about the x axis by $2\pi/p$ and rotation about the y axis by $2\pi/q$, where $p, q \geq 2$.

A discovery was made in 1984 [SBG] of an aluminum-manganese alloy[1] with a puzzling characteristic. What was odd about the alloy (since called a quasicrystal) was that when its atomic structure was probed by electron diffraction some of the diffraction patterns looked like those produced by ordinary (crystalline) solids – a large collection of dark spots surrounding a big central spot – except they had 10-fold rotational symmetry about the central spot, known to be impossible for ordinary crystals from the classification of the crystallographic groups. However a paper had been published two years previously by the crystallographer Alan Mackay [Mac] showing that if a material had an atomic structure associated in any simple way with a 3-dimensional version of the "kite[2] & dart[3]" tilings (discussed below) of Roger Penrose, it would exhibit diffraction patterns with just such "forbidden" 10-fold rotational symmetry. This led to an explosion of work, continuing to this day, mostly by physicists, crystallographers and discrete geometers, intent on understanding structures like the Penrose tilings ; the new subject is called "aperiodic tiling". To proceed it is necessary to give some background on the Penrose tilings and aperiodic tiling.

[1] Alloy → alliage
[2] Kite → cerf-volant
[3] Dart → pointe de flèche

Around 1960 the philosopher Hao Wang was analyzing a class of of predicate calculus formulas, those which begin with the structure "For all x there exists y such that for all $z \ldots$", ending with a combination of predicates without any further quantifiers. To analyze such "AEA" formulas he invented [Wan] what he called the "domino game", as follows.

Imagine you have some finite collection $\mathcal{B}$ of unit square "basic tiles", for each of which the four edges are colored in some specific way, not necessarily all four the same color. The tiles are given with their edges parallel to some set of orthogonal axes, and you have access to an unlimited number of copies of each colored tile in $\mathcal{B}$ (similarly aligned).

The domino game consists of translating the tiles (without rotation or reflection), and abutting[4] them full edge to full edge (as is usual in a floor tiling) trying to fill up the whole Euclidean plane, but only allowing edges with the same color to abut. For some collections $\mathcal{B}$ of colored-edge tiles this would be easy to do – for instance if $\mathcal{B}$ contained only one tile, all edges black, while for some collections it is clearly impossible – for instance if $\mathcal{B}$ contained only one tile, three edges black and one edge white. (Remember we may not rotate the tiles, so the white edge cannot be placed against another tile.)

Wang considered the question of whether or not there could be an *algorithm* for deciding whether any possible finite set $\mathcal{B}$ of colored-edge tiles could be used as the basis for a tiling of the plane. He proved several things. He proved that if there could be no algorithm for this domino game then there was no algorithm for deciding whether any possible AEA formula is self contradictory (his real interest was AEA formulas of course). He also proved that if there was a set $\mathcal{B}$ of colored-edge tiles which could be used to tile the plane but not in any periodic way, then there could be no algorithm for the domino game and therefore no algorithm for AEA formulas. (If you associate a tile $b_{(j,k)}$ with each point (j,k) in the square lattice $\mathbb{Z}^2$, the tiling $\{b_{(j,k)} : j,k \in \mathbb{Z}^2\}$ is called periodic if there exist $J,K \in \mathbb{Z}$ such that $b_{(j,k)} = b_{(j+J,k+K)}$ for all $j,k \in \mathbb{Z}$.) In 1967 Wang's student Robert Berger published his Ph.D. thesis

[4] To abut → abouter

[Ber], in applied mathematics, containing an elegant solution : an explicit example of a set $\mathcal{B}$ of colored-edge tiles (a bit more than 20,000 different tiles) with which one could tile the plane but only nonperiodically.

Wang had by then already proven the undecidability of AEA formulas by a slightly more circuitous route, but Berger's counterintuitive example took on a life of its own. In particular, over the next decade Berger's example was simplified more and more, continually reducing the number of different tiles needed for such an example. Then in 1977 a new sort of example was produced by Penrose [Gar], the "kite & dart" tilings. (Instead of requiring that abutting edges have matching colors, it is sometimes more convenient to incorporate small bumps and dents in the edges of tiles, as is done in jigsaw puzzle pieces, to enforce the requirement that only "matching " edges abut in a tiling.) The tiles used in kite & dart tilings are shown in Fig. 1, and a portion of such a tiling is shown in Fig. 2, but without showing the bumps and dents.

One feature of tilings such as those of Berger and Penrose is worth emphasizing. Although there are infinitely many kite & dart tilings distinct in the sense that no one is a translate of another, this is in a way misleading. The kite & dart tilings are all "locally identical" in that any pattern of tiles you find in any finite region of one kite & dart tiling appears in some region of any other kite & dart tiling ; in that sense there is a (locally) unique but complicated structure being forced by the information contained in the bumpy edges of the tiles of Fig. 1.

The only essential difference between the tilings of Penrose and those

Figure 1. *The kite and dart tiles*

of Wang and Berger are that the shapes of the kite & dart tilings are polygons but not unit squares. This has no bearing on the complexity issues which motivated Wang. But the change in shapes was very significant, as we will see.

We next consider the "pinwheel[5]" tilings of the plane, and their connection with the above. It's hard to give you a list of the tiles used in pinwheel tilings, in the manner of Fig. 1 for kite & dart tilings. But it is perhaps sufficient to say that they consist of a large but finite number of different "versions" of a 1-2-$\sqrt{5}$ right triangle and its reflection; the versions differ by the addition of different patterns of bumps and dents on the edges. A portion of a pinwheel pattern is shown in Fig. 3, again without including the bumps and dents. In a pinwheel tiling each kind of tile appears in infinitely many rotational orientations, so in order to keep the set $\mathcal{B}$ of different tiles finite we allow rotation of the tiles when making the tilings. This was unnecessary for the Berger or Penrose tilings, since we were careful to include in $\mathcal{B}$ each tile in each orientation needed. We now digress to examine this detail.

The pinwheel tilings came about as follows [Ra1]. In 1990 I noticed that in all the known aperiodic tiling examples the tiles only appeared

[5]Pinwheel → moulinet/moulin à vent, jeu d'enfant

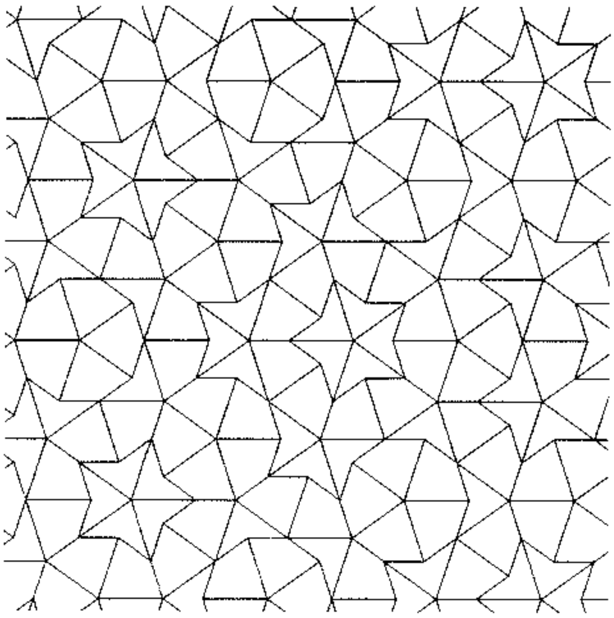

Figure 2. *A Penrose "kite and dart" tiling*

in finitely many orientations. In fact, most of the examples were produced using a technique due to N.G. de Bruijn [Bru], based on projection of a lattice in a high dimensional Euclidean space, which automatically implies this feature. But I wanted to use these tilings to model materials [Ra2]. The fact that the structure of the tiling is forced by requiring that edges fit together, like a jigsaw puzzle, is closely analogous to the condition of an energy-minimizing state of an ensemble of classical particles interacting through short range forces. (Imagine that two tiles put next to one another generate a potential energy of $+1$ if their abutting edges do not fit together and -1 if they do. A tiling will then correspond to an energy-minimizing state.) I was interested in understanding how this kind of minimization problem in models of solids led to the very restrictive and highly symmetric structures seen in real materials – either ordinary periodic crystals, or these new quasicrystals. And I noticed that the physics did not require any analogue of the "finite number of orientations" that was a feature of all the known aperiodic tilings used to model quasicrystals. So I tried to find an aperiodic tiling model – a $\mathcal{B}$ – which would allow infinitely many orientations. The fact is, it is difficult to find a collection of finitely many pairwise-noncongruent polygons copies of which can tile the plane using infinitely many orientations. And

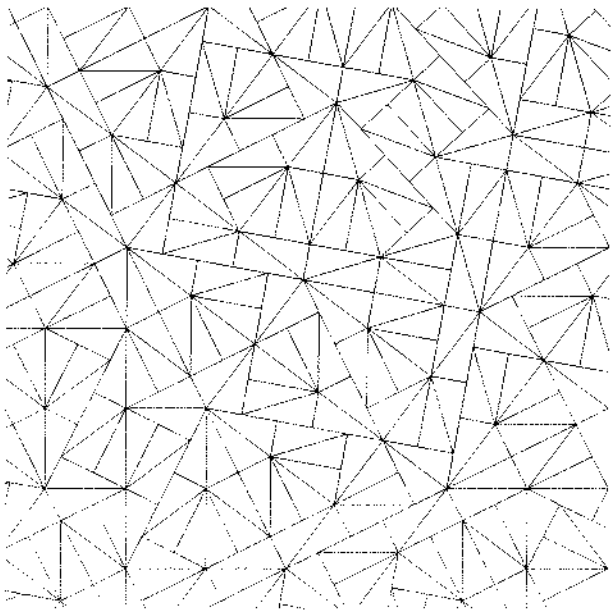

Figure 3. *A pinwheel tiling*

what I needed was such a collection which could *only* tile the plane that way! As a first step, John Conway and I came up with the following iterative procedure. Start with a 1-2-$\sqrt{5}$ right triangle, and break it up into 5 pieces as in Fig. 4.

Use this same rule to break up the 5 pieces, producing the 25 triangles of Fig. 5.

Note the triangle roughly in the middle (with the dark outline) which is similar to the outer edge of this collection of 25 triangles. There is a point P in the interior of that triangle which is the center of the similarity. Consider the compound process whereby you start with a single 1-2-$\sqrt{5}$ triangle, break it up into 25 triangles as in Fig. 5, then expand about the point P by a linear factor of 5. Repeat the break-up process on each of the triangles, but expand about the same point P. This process can be understood as adding more triangles around those already produced. So repeating it infinitely many times produces a pinwheel tiling of the plane, a portion of which appears in Fig. 3.

This solved the simpler question, of creating a tiling of the plane using

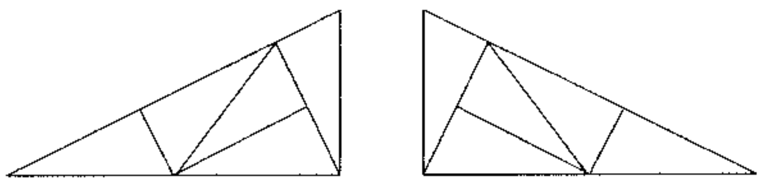

Figure 4. *The substitution for pinwheel tiling*

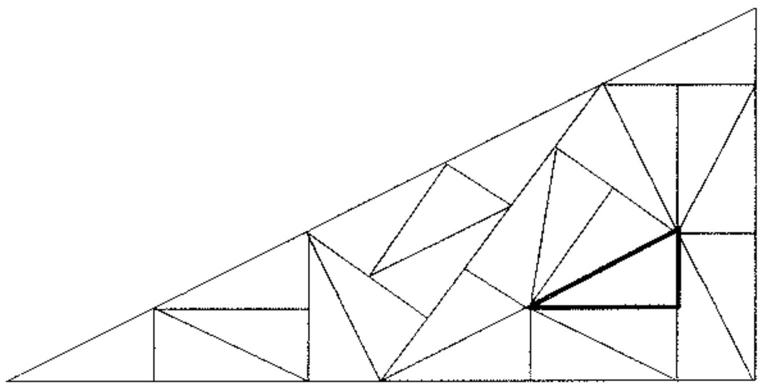

Figure 5. *The pinwheel similarity*

a finite number of pairwise-noncongruent polygons (in this construction 2 triangles ; 1 if you allow reflections which I'd rather not do) which uses the tiles in infinitely many orientations. ($\tan^{-1}(1/2)$ is irrational with respect to π, which implies the number of orientations.) But in order to be useful as a model for matter it was necessary to have an example which could *only* tile that way, a property certainly not shared by these 2 triangles ! That was much harder, and was solved in [Ra1]. The point I want to make is that producing matching rules (edge bumps, or edge colors) for this iterative example was quite difficult – it takes about 30 pages in [Ra1] even to define them – but I felt I had good enough reason to think they existed to justify the effort. This was based on several things. First, if aperiodic tilings were to be used as models of physical systems there could be no restriction that tiles only appear in finitely many orientations. To me such a restriction was very artificial, offensive to the physics. So I avoided de Bruijn's projection technique. And second, there was a paper of Shahar Mozes in 1989 [Moz] which organized and vastly extended most of the previous work on Wang (colored-square-tile) tilings in a framework of ergodic theory, which used this iterative technique. Mozes showed that for almost any Wang tiling made by such an iterative process there was a way to make versions with bumps on the edges of the squares so that the squares could *only* tile the plane in the way made by iteration. So I decided that if aperiodic tiling is reasonable for modelling quasicrystals, as seemed to be the case from all the work following Mackay, and the physics should allow rotation invariance, and iterative (Wang) tilings automatically had matching rules, then the pinwheel iterative scheme should have matching rules. It was a mixture of intuitions drawn from a variety of separate research areas.

This still did not lead immediately to the generalized dihedral groups, which came about as follows. Thinking about the pinwheel as a model for a (2-dimensional) quasicrystal, I soon realized that the new feature, the infinitely many orientations, was in a practical sense invisible. As you look at larger and larger regions of a pinwheel tiling, the number of different orientations you see only grows logarithmically with the size of the region. Conway and I thought about this, and concluded that what was needed was a 3-dimensional iterative tiling, so that the noncommutativity of the rotations could allow algebraic growth in the number of orientations. That is the origin of the quaquaversal tilings [CoR]. The relative orientations of the tiles in the quaquaversal tilings was our first example of a generalized dihedral group. So the study of these groups first arose to prove that the growth rate in these tilings actually was algebraic, and then continued [RaS] to classify all such groups in part to distinguish between different tilings made by the iterative process.

Note that the generalized dihedral groups are basic mathematical objects ; they could have attracted attention and been analyzed many years ago. They finally came up naturally enough from 3-dimensional iterative tilings, but only through significant use of intuition and knowledge from distant research areas – ergodic theory and condensed matter physics in particular [Ra2]. And it was not just theorems that were used ; the theorem of Mozes was important, but just as important was the intuition drawn from condensed matter physics, in particular the role of symmetries in that subject. For me at least, it has often been indispensible to use the intuition developed in such an applied area to guide me in finding the right path to theorems in pure mathematics. Our proofs [CoR, RaS] about the generalized dihedral groups are ring theoretic ; but the proofs came much more quickly than realizing the importance of the groups themselves. To summarize : As in the movie of the title of this article there can be a significant advantage in considering various points of view of a complicated phenomenon, and it is not surprising that the further separated the worlds from which the views originate, the more useful is the contrast.

References

[Ber] R. Berger, The undecidability of the domino problem, *Mem. Amer. Math. Soc. no. 66*, (1966).

[Bru] N.G. de Bruijn, Algebraic theory of Penrose's non-periodic tilings of the plane, I, *Kon. Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A* 84 (1981), 39-66.

[CoR] J.H. Conway and C. Radin, Quaquaversal tilings and rotations, *Inventiones math.* 132 (1998), 179-188.

[Gar] M. Gardner, Extraordinary nonperiodic tiling that enriches the theory of tiles, *Sci. Am. (USA)* 236 (1977), 110-119.

[Mac] A. Mackay, Crystallography and the Penrose pattern, *Physica* 114A (1982), 609-613.

[Moz] S. Mozes, Tilings, substitution systems and dynamical systems generated by them, *J. d'Analyse Math.* 53 (1989), 139-186.

[Ra1] C. Radin, The pinwheel tilings of the plane, *Annals of Math.* 139 (1994), 661-702.

[Ra2] C. Radin, Miles of Tiles, Student Mathematical Library, American Mathematical Society, to appear.

[RaS] C. Radin and L. Sadun, Subgroups of SO(3) associated with tilings, *J. Algebra* 202 (1998), 611-633.

[SBG] D. Shechtman, I. Bleck, D. Gratias and J.W. Cahn, Metallic phase with long-ranged orientational order and no translational symmetry, *Phys. Rev. Lett.* 53 (1984), 1951-1953.

[Wan] H. Wang, Proving theorems by pattern recognition II, *Bell Systs. Tech. J.* 40 (1961), 1-41.

Séminaire « Mathématiques Industrie »

G. GAUDRON, T. GALLOUËT, E. PARDOUX

Introduction

Du 15 au 20 mars 1998 a eu lieu au CIRM (Marseille) un séminaire intitulé « Mathématiques Industrie ». Ce séminaire s'adressait essentiellement à des élèves en thèse de mathématiques. Une trentaine de doctorants y ont participé dont quelques-uns non mathématiciens (mécanique, physique, informatique), tous originaires des universités de la moitié sud de la France.

L'objectif était voisin de celui des « doctoriales » mais ciblé sur les mathématiques. Il s'agissait surtout de montrer aux doctorants en mathématiques les possibilités d'insertion en milieu industriel pour des docteurs mathématiciens. Il s'agissait d'autre part de sensibiliser les responsables des formations doctorales en mathématiques aux débouchés en entreprise pour les docteurs et aux inflexions éventuelles à apporter au cursus des thésards pour que ceux-ci soient mieux préparés à d'éventuels débouchés en entreprise. Si le premier objectif a été correctement atteint, le second ne l'a pas du tout été, puisqu'aucun enseignant–chercheur, hormi les organisateurs, ne s'est déplacé malgré les invitations.

Le financement a été assuré grâce à un crédit spécifique du ministère de l'Education nationale, la participation des laboratoires et formations doctorales de mathématiques et une subvention de l'université Aix-Marseille 1. L'association SDMP, la Mission des Relations Industrielles de l'université Aix-Marseille 1 et le CIRM ont assuré l'organisation matérielle.

Contenu des la manifestation

Le programme contenait plusieurs thèmes décrits ci-après.

— Connaissance du milieu industriel : plusieurs conférences ont abordé le thème de l'entreprise dans le même esprit que celui des doctoriales « classiques » : D. Roux (introduction à l'entreprise), R. Vignes (stratégie de l'entreprise), M.D. Pujol (aide à la réflexion sur les compétences et les qualités qu'une formation par la recherche peut apporter à un docteur et à l'entreprise qui l'intéresse). Ces conférences ont été bien perçues et ont provoqué des discussions animées et intéressantes.

— Mathématiques en milieu industriel : deux conférences générales ont présenté les mathématiques en milieu industriel. Il s'agissait des conférences de C. Jablon (point de vue « industriel », les mathématiques dans un grand groupe industriel : Elf) et de F. Dubois (point de vue d'un universitaire qui a travaillé 10 ans dans une grande entreprise et qui a présenté la pertinence de l'apport des mathématiciens dans l'industrie). Deux demi-journées ont été consacrées à des exposés de jeunes doctorants travaillant en milieu industriel et des chefs de service employant des mathématiciens. Les intervenants étaient issus soit de grands groupes de secteurs variés (EDF, GDF, Dassault, Aérosopatiale, BNP, Bull), soit d'entreprises plus petites comme Gemplus et Principia. Ces exposés quelque peu informels devaient provoquer des discussions entre les intervenants et l'auditoire. L'expérience a montré la difficulté de la mise au point de ces échanges.

Signalons une intervention très intéressante sur la création d'entreprise avec, en particulier, la participation de T. Aboud qui a créé une entreprise de calcul scientifique (dans un environnement assez favorable, celui de la pépinière d'entreprises de l'École olytechnique).

— Visites d'entreprises : une demi journée était consacrée à ces visites (Banque Martin Maurel, Eurocopter, Française des jeux, Immunotech, Prologia). Les doctorants, répartis sur des sites différents, ont pu rencontrer différentes personnes, poser des questions et ramener quelques documents. Chaque visite a donné lieu à un exercice de présentation orale devant l'ensemble des étudiants et à un rapport transmis aux entreprises avec les remerciements des organisateurs.

— Etude de problèmes industriels : afin de sensibiliser les étudiants à ce que peut être une étude industrielle, des ingénieurs (issus de la BNP, Bull, Elf, Eurocopter, Matra Datavision) ont proposé des travaux sur des problèmes industriels tels qu'ils se les posent. Les doctorants ont ainsi pu se confronter à des problèmes « mal posés » et au travail en équipe. Les « industriels » ont réellement participé à ce travail. Certains d'entre eux sont même restés toute la semaine, ce qui a permis des échanges très fructueux avec les étudiants.

— Posters et CV : il avait été demandé à chaque doctorant participant de préparer un poster présentant son travail de thèse.

Les étudiants ont pu le présenter oralement (en 5mn environ) devant un public formé des autres doctorants, des organisateurs (scientifiques et non scientifiques) et des industriels présents ce jour-là. Cette activité à été nettement appréciée par les étudiants. Les 5 meilleures prestations (en tenant compte de la qualité du poster et de la qualité de la présentation orale) ont été récompensées. Un exemplaire du premier numéro du Bulletin de la SMF a été offert à chacun de ces 5 lauréats. A la fin du séminaire, il a aussi été proposé aux doctorants de fournir un CV qui pourra être évalué par un organisme spécialisé.

Conclusion

En conclusion, les doctorants ont semblé très satisaits par ce séminaire, comme le montrent les fiches d'évaluations remises à la fin de la semaine. Le choix du CIRM a aussi été fort apprécié (cadre et accueil parfaits). Du point de vue des objectifs, le séminaire a bien permis aux participants de mieux connaître le milieu industriel, la place des mathématiques et les possibilités d'insertion des doctorants dans ce milieu. Il semble même qu'un contact très sérieux, qui se conclura peut-être par une embauche, a été noué entre une entreprise et un doctorant. On peut cependant déplorer la faible participation d'enseignants-chercheurs à ce séminaire. Celle-ci est d'autant plus navrante que les industriels ont de leur côté fait des efforts de présence et d'implication...

Ce séminaire a confirmé qu'un flux significatif de docteurs, mathématiciens tant « purs » qu'« appliqués », devraît pouvoir se faire employer dans l'industrie. Les besoins du codage en algébristes et de la CAO en géomètres ont été notamment évoqués.

Pour intéresser les doctorants à ces débouchés, il faut les leur présenter, soit à l'occasion de séminaires du même type, qui pourraient être organisés dans d'autres lieux, soit dans le cadre d'activités organisées par les Écoles doctorales. Il serait peut-être aussi souhaitable que les Écoles doctorales s'impliquent plus dans la formation « extra-mathématiques » de leurs étudiants (cours de langues étrangères, stages, formation à la recherche d'emploi etc.).

Some recent work on the History of Mathematics in the 20th Century

Jeremy GRAY (*Open University Milton Keynes*)

There has been a steady stream of articles and books in recent years on the mathematics of the last 100 years. Pieces of the century are emerging in a clearer historical focus, sharper questions are being asked. This article gives my admittedly personal view of some of this work, with due apology for the somewhat personal selection of items, which I have grouped under the familiar, if approximate, subject headings.

1. Algebra

In his book [1996], Leo Corry traces the idea that mathematics is the study of structures through a history of modern algebra. He argues that the term "structure" is often used without any precise meaning. To elucidate it, he contrasts "algebra" as Dedekind and Weber used the term with Emmy Noether's "modern algebra", as presented in van der Waerden's influential textbook *Moderne Algebra* of 1930. On this approach the work of Hilbert on invariant theory and algebraic number theory is more abstract than structural, and Hilbert does not seem to have felt any need to push algebra in the more axiomatic direction of his work on geometry. Structural mathematics after Emmy Noether is, as Corry discusses in some detail, the theme of Ore's work in the 1930s and 1940s. The most controversial of Corry's claims, however, concerns Bourbaki, whose early history is described in fascinating detail. He argues against what he calls a myth which would identify Bourbaki with structural mathematics, and for the view that Bourbaki's own concept of structure is only an attempt to elucidate an idea which Bourbaki really held mostly informally, and an unsuccessful attempt at that. Bourbaki's enormous contributions lie in many separate, overlapping fields, but not in a theory of structures. The book concludes with a useful history of the early years of category theory.

Corry traces the dominant tradition in algebra in the 20th Century. An article by Gray [1997] amplifies a more computational tradition active in the period just before Emmy Noether's work began. He discusses the continued influence of Kronecker on algebra, which was kept alive by Molk and Hadamard and Kurschák in France, König and Lasker in the German-speaking countries, and Macaulay in England. United by a wish that proofs in mathematics be constructive (in a Kantian sense) these mathematicians responded to Hilbert's Basis Theorem and produced generalisations of the Brill-Noether Theorem on algebraic curves (that theorem gives an answer to the question : when is a polynomial in two variables in an ideal generated by other polynomials in two variables ?). Their work formed an important strand in the emergence of the concept of module and ideal, and also that of various kinds of field.

An article by Sinaceur [1996], drawing on her earlier book [1991], traces the history of model theory and the real numbers as it was presented at the International Congresses of Mathematicians, and thus overlaps with Corry's discussion of meta-mathematics.

Elsewhere, Della Fenster [1998] surveys Dickson's work on algebras and found that his approach to defining integral elements is what enabled him to surpass his now-forgotten rival Du Pasquier (whom Fenster usefully rescues from neglect).

2. Analysis

Histories of topics in analysis remain in short supply. A thoroughly 20th Century story is that of complex function theory in several variables. The best 19th Century efforts barely broached the topic, and often showed that hard-won insights into the single variable case were no longer valid. In his rich article [1996] Schumacher describes developments in Germany, led by Behnke's school in Munster, where Stein worked and, after the war, Grauert, Remmert, and Hirzebruch. Difficulties in defining what a complex space is, and the power of the idea of a sheaf are discussed, with many results on Stein spaces. The paper also considers Hirzebruch's Riemann-Roch Theorem and Teichmüller theory.

In contrast, E.H. Moore's General Analysis was not a success (which does not make it less interesting historically). In his article [1998a] Siegmund-Schultze shows that Moore, an ardent axiomatiser, as were many Americans, intended to produce a version of functional analysis which would be a theory of infinitely many variables. It was soon out-of-date, and Siegmund-Schultze attributes this to Moore's over-ambitious methodology and his lack of appreciation for spectral theory and the vital applications to quantum mechanics.

The currently lively topics of fractals draws heavily on work of Fatou and Julia in the 1910s, and this has been investigated by Alexander in his book [1994] and an article [1996]. The book usefully traces the story from Schröder in the 1870s to Koenigs, and finally to Fatou and Julia, picking up Montel's theory of normal families on the way, reminding us of the important role complex function theory played (and continues to play) in the theory.

3. Applied mathematics

Applied mathematics covers many fields, and much work needs to be done in this area, but dynamics has been well treated recently. Poincaré's work on celestial mechanics has been the subject of a fine treatment by Barrow-Green

[1997]. She found the original version of his famous essay of 1889 on the n-body problem, which introduces his ideas of stability. The original contains a significant error that slipped by the panel of judges (Hermite, Mittag-Leffler, and Weierstrass) who advised King Oscar II of Sweden to award Poincaré a prize, and she shows that in correcting the error Poincaré was led to discover homoclinic points and so open up the study of chaos. She then traces the history of dynamics in Poincaré's later work and that of Hadamard and Birkhoff. The article by Mahwin [1994] provides an interesting comparison with the work of Liapunov, and brings the story somewhat more up-to-date, but the most interesting chain of ideas is provided in two articles by Dahan-Dalmedico [1994], [1996]. In the first, she picks up the story in the Soviet Union in the 1930s, where the topic arose in electrical technology, and at a time when it was dormant in France, and describes how it was energetically promoted by Lefschetz after the war, when applied mathematics was re-awakening in the United States. This re-awakening is then described more broadly in her [1996].

4. Geometry

Geometry is also many-faceted. After some years where their gaze was fixed elsewhere, historians have finally begun to look at algebraic geometry. In particular there has been a surge of Italian work. A fascinating collection of letters from Enriques to Castelnuovo was recently discovered. This has been well edited by Bottazzini, Gario, Conte as *Riposte Armonie* [1996], who provide a useful commentary and helpful notes. One can almost see the theory of algebraic surfaces being created by both men. An account of history of the Riemann-Roch Theorem in this context, from Riemann and Roch to Castelnuovo and Enriques can be found in Gray [1998].

A special edition of the *Supplemento ai rendiconti* of Palermo in 1994 was devoted to Italian contributions to algebraic geometry. This re-opened the old question of the presumed inadequacy of Italian work, which is often taken to have been hopelessly imprecise and error-ridden. Italian work has been re-examined by Brigaglia and Ciliberto in their book [1995]. This is a rich and thorough account. It also seeks to rescue the Italian mathematicians from a blanket accusation of lack of rigour. Their work on algebraic curves, and a large part of their work on algebraic surfaces, seems to be both profound and reasonably secure and should be judged by the standards of other branches of mathematics of the day. But after World War One, fascism came to power in Italy and Severi to power in Italian mathematics, and by the 1930s the new generation of Italian mathematicians was increasingly isolated and nationalistic. The problems of three-, and more generally n-dimensional varieties, and in enumerative geometry, were not so well handled (and are, in any case, much harder) and methods sustained for semi-political reasons had to give way to more abstract algebraic techniques developed elsewhere. An account of why the reputation of Italian algebraic geometry fell so low still remains to be given.

Differential geometry was greatly stimulated by the emergence of Einstein's theory of general relativity. A forthcoming book, *The Symbolic Universe*, to be published by Oxford University Press in 1999, looks at aspects of this, and the series entitled "Einstein Studies" Hilbert often takes up this theme.

Recently a stimulating source book with a useful commentary has appeared : O'Raifeartaigh [1997] with essays by Weyl, Kaluza, Klein, Schrödinger, and Yang and Mills among others.

Historians have now begun to look afresh at the earlier period. Corry [1997b] has looked at Minkowski's work on special relativity and finds that it is in the same spirit as that of Minkowski's close friend and colleague, David Hilbert. It is part of Hilbert's move to axiomatise physics, stated as the sixth of the celebrated Hilbert problems. Minkowski was exploring the consequences of formulating all of physics in a Lorentz-invariant fashion and making Einsteinian relativity an axiom in that setting. Corry [1997a] has also considered Hilbert's own attempts to axiomatise physics, drawing on the extensive sets of lecture courses Hilbert gave over many years at Göttingen. Whatever the success of these lectures, they change radically the perceived image of Hilbert as a formalist, and establish that Hilbert had a much more substantial interest in the role mathematics plays in physics. Also on Hilbert, mention should be made of Peckhaus's [1990] for its account of Hilbert's involvement in physics and his support of the philosopher Leonard Nelson, and Rowe's edition of Hilbert [1992] for its account of Hilbert's attitudes to intuition and physics.

5. Topology

Topology is another topic that is predominantly 20th Century. In a recent paper, Epple [1998] has traced its 19th Century roots in knot theory, which was pursued for its supposed physical implications, and he has in press papers on the formulations of knot theory as a mathematical discipline. The set of essays on algebraic topology in the 20th Century edited by I.M. James will also appear soon.

6. Social History

Last but not least there have been some valuable books of a more social nature. Particularly noteworthy is the biography of Hadamard by Maz'ya and Shaposhnikova [1998] which treats his full life in considerable detail in the first half and then describes his many profound contributions to many branches of mathematics. Lars Gårding has described mathematics in Sweden up to 1950, a period that includes the work of Carleman and many others. Siegmund-Schultze has described the flight from Hitler in his [1998b].

7. Popular works

Finally, in the wake of the successful resolution of Fermat's Last Theorem a number of popular works appeared, of which Singh's [1997] and Axcel's [1996] (the second edition is to be preferred) are noteworthy. Singh's particularly does a good scientific journalist's job of interviewing the relevant people, Wiles included, and conveying the real excitement of the time.

Bibliography

ACZEL, A.D., 1996, *Fermat's Last Theorem*, Viking, New York,

ALEXANDER, D.S., 1994 *A History of Complex Dynamics from Schröder to Fatou and Julia*, Vieweg, Braunschweig

ALEXANDER, D.S., 1996 *An episodic history of complex dynamics from Schröder to Fatou and Julia*, Supplemento ai rendiconti del Circolo matematico di Palermo, (2) 44, 57-83

BARROW-GREEN, J.E., 1997 *Poincaré and the Three Body Problem*, American Mathematical Society, London Mathematical Society, History of Mathematics, 11, Providence, Rhode Island

BOTTAZZINI, U., CONTE, A., GARIO, P., 1996 *Riposte Armonie, Lettere di Federigo Enriques a Guido Castelnuovo*, Bollati Boringhieri, Torino

BRIGAGLIA, A., CILIBERTO, C., 1995 *Italian Algebraic Geometry between the Two World Wars*, Queen's papers in Pure and Applied Mathematics, 100, Kingston, Ontario, Canada

CORRY, L., 1996 *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*, Science Networks, Birkhäuser Verlag, Boston and Basel

CORRY. L., 1997a *David Hilbert and the Axiomatisation of Physics (1894-1905)*, Archive for History of Exact Sciences, 51.2, 83-198

CORRY, L., 1997b *Hermann Minkowski and the Postulate of Relativity*, Archive for History of Exact Sciences, 51.4, 273-314

DAHAN-DALMEDICO, A., 1994 *La renaissance des systèmes dynamiques aux Etas-Unis après la deuxième guerre mondiale : l'action de Solomon Lefschetz*, Supplemento ai rendiconti del Circolo matematico di Palermo, (2) 34, 133-166

DAHAN-DALMEDICO, A., 1996 *L'essor des mathématiques appliquées aux Etats-Unis : l'impact de la seconde guerre mondiale*, Revue d'histoire des Mathématiques, 2.2, 149-213

EPPLE. M., 1998 *Topology, Matter and Space, I : Topological Notions in 19th-Century Natural Philosophy*, Archive for History of Exact Sciences, 52.4, 297-392

FENSTER, D.D., 1998 *Leonard Eugene Dickson and his work on the Arithmetics of Algebras*, Archive for History of Exact Sciences, 52.2, 119-159

GÅRDING, L., 1998 *Mathematics and Mathematicians ; Mathematics in Sweden before 1950*, American Mathematical Society, London Mathematical Society, History of Mathematics, 13, Providence, Rhode Island

GRAY, J.J., 1997 *Algebraic geometry between Noether and Noether - A forgotten chapter in the history of algebraic geometry*, Revue d'histoire des Mathématiques, 3.1, 1-48

GRAY, J.J., 1998 *The Riemann-Roch Theorem and Geometry, 1854-1914, Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Berlin, Documenta Mathematica, 3, 511-522

HILBERT, D., 1992 *Natur und Mathematisches Erkennen*, ed. D.E. Rowe, Birkhäuser Verlag, Boston and Basel

MAHWIN, J., 1994 *The centennial legacy of Poincaré and Liapunov in ordinary differential equations*, Supplemento ai rendiconti del Circolo matematico di Palermo, (2) 34, 9-46

MAZ'YA, V. AND SHAPOSHNIKOVA, T., 1998 *Jacques Hadamard, A Universal Mathematician*, American and London Mathematical Societies, History of Mathematics, 14, Providence, Rhode Island

O'RAIFEARTAIGH, L., 1997 *The Dawning of Gauge Theory*, Princeton Series in Physics, Princeton U.P., New Jersey

PECKHAUS, V., 1990 *Hilbertprogramm und Kritische Philosophie*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen

SCHUMACHER, G., 1996 *Über die Entwicklung der Komplexen Analysis in Deutschland vom Ausgang des 19. Jahrhunderts bis zum Anfang der siebziger Jahre*, Jahresber. DMV, 98, 41-133

SINACEUR, H., 1991 *Corps et modèles. Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle*, Paris, Vrin

SINACEUR, H., 1996 *Mathématiques et métamathématique du Congrès de Paris (1900) au Congrès de Nice (1970)*, Supplemento ai rendiconti del Circolo matematico di Palermo, (2) 44, 114-132

SINGH, S., 1997 *Fermat's Last Theorem*, Fourth Estate, London

SIEGMUND-SCHULTZE, R., 1998a *Eliakim Hasting Moore's "General Analysis"*, Archive for History of Exact Sciences, 52.1, 51-89

SIEGMUND-SCHULTZE, R., 1998b *Mathematiker auf der Flucht vor Hitler*, DMV, Vieweg, Braunschweig

Vie des irem : leur Comité scientifique et leurs rapports avec les iufm

Michel HENRY (IREM *de BesançonUniversité de Franche-Comté*)

Au moment où le pilotage de la formation continue des enseignants passe des rectorats aux IUFM, les activités des IREM se situent dans un nouveau contexte et leur position institutionnelle est à nouveau en débat.

Dans ce texte[1], je me limiterai à quelques indications sur le rôle et le fonctionnement de leur Comité scientifique et à des remarques sur la position actuelle et le devenir possible des IREM tel qu'il peut se dessiner aujourd'hui. Cette projection dans l'avenir, bien que largement partagée, n'engage que moi.

L'invitation des représentants des IREM au débat du Conseil élargi de la SMF du 24 juin 95, avait permis de faire un large tour d'horizon et de pointer les questions méritant de progresser, notamment à propos de l'évolution de l'enseignement des mathématiques et des travaux des IREM qui l'accompagnent.

Les trois années qui viennent de s'écouler depuis cette rencontre ont montré la pertinence des préoccupations des uns et des autres, partagées par nos collègues enseignants des lycées et collèges s'exprimant au sein de l'APMEP ou de l'UPS[2]. Ces préoccupations restent d'actualité, face à certaines déclarations tendant à minimiser l'intérêt pour les élèves d'un enseignement des mathématiques orienté vers l'acquisition de connaissances solides et structurées, tendant aussi à critiquer leur caractère prétendu trop abstrait et face à une dérive continue vers des allégements de programmes qui accompagnent des réductions d'horaires pour l'enseignement des mathématiques dans les collèges et les lycées.

Les relations entre la SMF et les IREM se sont développées et, sur la proposition de Jean-Pierre Kahane, actuel président du Comité scientifique des

[1] Pour une présentation plus étoffée des activités du réseau des IREM et de ses rapports avec la communauté mathématique, on pourra se reporter à l'article de Régine Douady et moi-même Les « IREM et la communauté mathématique », paru dans le n° 68 d'avril 96 de la *Gazette*.

[2] Cf. le texte du 16 décembre 97, adopté par le GRIAM à propos de la consultation sur les lycées, publié dans le n° 75 de janvier 98 de la *Gazette*. Le GRIAM (Groupe de Réflexion Inter-Associations en Mathématiques) regroupe des représentants de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), de la SMAI (Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles), de la SMF (Société Mathématique de France) et de l'UPS (Union des Professeurs de Spéciales).

IREM, nous sommes heureux d'accueillir Gilles Christol comme invité permanent SMF aux quatre séances annuelles du Comité, dont il convient de préciser maintenant le rôle et le fonctionnement.

1 - Origine et attributions du Comité scientifique des IREM

A leur création dans les années 70, les IREM coordonnaient leurs actions sous l'égide d'un Directoire composé de personnalités éminentes et peu nombreuses, en contacts réguliers. La création progressive de nouveaux IREM (il y en a aujourd'hui 26 ; d'autres, notamment à la Réunion, sont en voie de développement et des structures analogues à l'étranger entretiennent des relations suivies avec le réseau français) a alourdi considérablement ce dispositif. Actuellement, l'assemblée des directeurs d'IREM (ADIREM) se réunit 4 fois par an sur des ordres du jour de plus en plus chargés, dédiés principalement au fonctionnement du réseau, à la répartition des moyens et à la gestion des relations institutionnelles.

Malgré la tenue d'un séminaire annuel consacré à l'étude des questions d'orientation et de politique scientifique, le suivi des travaux des instituts locaux et des 14 commissions inter-IREM (CII)[3] s'avère de plus en plus lourd. Une structure d'aide au pilotage du réseau est apparue nécessaire dès le début des années 90.

En 1985, un Conseil scientifique, présidé par Jean Dhombres, spécialement mis en place pour évaluer les publications des IREM, avait mis en évidence la nécessité de clarifier les statuts de leurs travaux. Ceux-ci apparaissaient en effet quelque peu pléthoriques ou redondants et, entre « littérature grise », documents pour la classe, travaux pour la formation, études et recherches sur l'enseignement des mathématiques, on discernait mal le public visé et les moyens de l'atteindre. Un contrôle plus rigoureux des contenus à vocation nationale de cette documentation foisonnante était suggéré et des propositions de développement d'une politique éditoriale étaient formulées.

De cette évaluation sont nés deux outils qui ont contribué à modifier l'image des IREM et à renforcer leur fonctionnement en réseau national :

— La revue Repères-IREM, créée en 1990 par l'ADIREM présidée alors par Marc Fort et dont le Comité de lecture est dirigé depuis par Evelyne Barbin. Suivie par plus de 2000 abonnés, la revue des IREM en est à son 34ème numéro.

— Le Comité scientifique des IREM, créé en 1992 sous la présidence ADIREM de Sylvette Maury, que j'ai eu le plaisir d'animer jusqu'en 1997. Ce Comité est un organe permanent d'aide à l'évaluation et à la prise des décisions de l'ADIREM pour ce qui concerne la politique scientifique du réseau, l'orientation des études et recherches et le suivi des travaux des CII.

Le Comité est composé de 12 membres (6 directeurs ou anciens directeurs d'IREM, 6 personnalités extérieures), cooptés par l'ADIREM et renouvelés par tiers tous les trois ans. L'extrait suivant des statuts du Comité scientifique précise bien la fonction qui lui est dévolue par l'ADIREM :

[3] Pour une vue d'ensemble du réseau des IREM, on peut consulter le Rapport du Comité scientifique des IREM, supplément au n° 20 de Repères-IREM, mai 1995.

*« … Ses missions relèvent essentiellement de l'aide scientifique à la prise de décision de l'*ADIREM *et de l'évaluation interne des travaux du réseau. Il agit à la demande de l'*ADIREM *pour assurer les expertises ou audits lui permettant de :*

— définir sa politique scientifique,

— interpréter, formuler et problématiser certaines études et recherches issues de commandes externes, à l'initiative de partenaires tels que les directions du ministère, les communautés scientifiques, etc.,

*— suivre et évaluer les travaux des commissions inter-*IREM. *»*

Depuis sa création, le Comité scientifique a pu contribuer au développement du réseau et à son évaluation. Sans faire ici un bilan exhaustif de son activité, citons brièvement quelques points de son action :

— évaluation du fonctionnement des commissions, recomposition et création de certaines d'entre elles. Par exemple, une nouvelle commission « Rallyes » a été créée en 1998 ;

— aides à l'écriture et à l'édition d'ouvrages ou brochures inter-IREM ;

— bilans d'ensemble des colloques nationaux et universités d'été organisés par les différentes commissions et suivi des publications de leurs actes ;

— analyse des commandes de la DGES[4] et évaluation des « thèmes de recherche » que cette direction préconise pour justifier l'attribution des moyens de fonctionnement des commissions.

Le Comité scientifique a engagé en 1997 une réflexion sur le devenir de l'enseignement des mathématiques aujourd'hui. Cette réflexion s'est poursuivie en 98, bénéficiant de la pression dynamique de son nouveau président. Les contributions de ses membres devraient être bientôt publiées dans un supplément à Repères-IREM.

Depuis la rentrée 97, Jean-Pierre Kahane a su donner une nouvelle impulsion au travail du Comité. Ainsi, à chaque séance, une éminente personnalité du monde scientifique est invitée pour présenter un sujet intéressant les missions des IREM. Tout en poursuivant le suivi régulier des publications des IREM et des commissions, de nouveaux chantiers sont ouverts, comme par exemple celui de l'évaluation de la présence des IREM sur la scène internationale.

Terminons ce paragraphe par quelques éléments de cette vaste question. Depuis de nombreuses années, les IREM entretiennent des relations régulières avec des structures ou des correspondants à l'étranger, mais souvent en ordre dispersé. Ils sont régulièrement présents et actifs au sein de la CFEM[5], dans les congrès ICME[6] sur l'enseignement des mathématiques qui ont lieu tous les quatre ans, mais aussi dans les congrès dérivés comme HPM[7] et PME[8]. Certains contribuent à des études internationales d'ICMI[9]. Des membres des IREM participent aussi à d'autres actions, comme par exemple à l'évaluation internationale TIMSS[10].

[4] Direction générale des enseignements scolaires (ex direction des écoles et direction des lycées et collèges).
[5] Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques.
[6] International Congress on Mathematical Education.
[7] History and Pedagogy of Mathematics.
[8] Psychology of Mathematical Education.
[9] International Commission on Mathematical Instruction.
[10] Third International on Mathematics and Science Study.

Mais la présence des IREM à l'étranger s'exprime surtout dans le cadre de coopérations de formations. De nombreux stages sont organisés, tant en Afrique qu'en Amérique latine et maintenant dans les pays de l'Est ou du Sud-Est asiatique, faisant intervenir les formateurs des IREM. Ces relations débouchent souvent sur la création de structures analogues aux IREM, mettant en synergie les compétences universitaires avec celles des enseignants de terrain. Un bilan de l'ensemble de ces relations devrait être fait, pour mieux les connaître ou les faire connaître et les rationaliser. La revue Repères-IREM, déjà bien présente, pourrait ainsi élargir son audience et les publications nationales des IREM devenir plus accessibles à ces pays.

2 - Les IREM et les IUFM

C'est un dossier qui s'est singulièrement alourdi en cette rentrée 98, dans un contexte où demeurent de multiples inconnues.

Dans notre article de la *Gazette* d'avril 96, nous évoquions les questions de contenus de la formation en IUFM des jeunes stagiaires et nous montrions la nécessité de la collaboration entre formateurs IREM et IUFM. Nous n'abordions pas les questions institutionnelles, car elles ne se posaient pas concrètement. Depuis la création en 1990 des IUFM[11], devant certaines propositions de transfert des IREM sous l'autorité des IUFM, l'ADIREM, à plusieurs reprises, a été amenée à préciser qu'à son sens la place des IREM est dans les universités, au contact des laboratoires de mathématiques. Reprenons ici quelques uns des arguments qu'elle défend, pour examiner les conditions dans lesquelles ils restent pertinents.

Les missions des IREM se développent sur la base de leurs travaux d'études et de recherches sur l'enseignement des mathématiques. Pour les mener à bien, plusieurs conditions doivent être rassemblées :

— les objectifs, les problématiques, les méthodes ne doivent pas être déterminés ni pilotés par l'institution. Ils ne peuvent valablement être développés que dans le cadre des libertés intellectuelles propres aux conditions de la recherche universitaire, et évalués sur des critères scientifiques.

— Les travaux des IREM, comme les autres productions scientifiques, sont tributaires des compétences des enseignants-chercheurs des universités qui y contribuent. Ils bénéficient notamment des exigences de rigueur des professionnels de la recherche, de leurs méthodes de travail et de leur formation à l'écriture d'articles scientifiques.

— L'originalité des IREM est de mettre en commun ces compétences avec celles des enseignants du second degré et du premier degré : connaissance fine des objectifs assignés à l'enseignement des mathématiques, perception des comportements des élèves et vécu de la réalité des classes et de leurs besoins. L'IREM est un lieu de rencontre entre universitaires et professeurs de mathématiques du secondaire, en dehors de toute contrainte institutionnelle.

[11] Sur le contexte ayant accompagné la création des IUFM et sur les contenus des formations qu'ils délivrent, on pourra consulter le n° 23 de Repères-IREM (avril 96) et notamment les articles de M. Henry « IUFM : quelle formation ? De la théorie à la pratique, témoignage d'un acteur engagé » et de A. Robert « IUFM : réflexion sur la formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des lycées et collèges ».

— Dès leur création, les IREM ont trouvé leurs racines dans des relations étroites avec la communauté mathématique, particulièrement celle qui est à la source du savoir lui-même. Les IREM sont placés en interface entre ce savoir en voie d'élaboration et la culture mathématique des enseignants. La question est de resserrer ces liens plutôt que de les distendre par un éloignement géographique et institutionnel.

— Les IREM remplissent une mission essentielle d'édition et de diffusion de leurs travaux, à l'intention des enseignants qui y trouvent des outils de travail d'un prix très modique. La structure universitaire permet l'autonomie nécessaire et la souplesse de cette production, irréalisable dans les mêmes dimensions dans le cadre des contraintes d'un établissement à caractère administratif.

— La plupart des IREM, services communs d'université ou d'UFR, disposent de locaux (qui peuvent ici ou là attirer des convoitises à courte vue), de personnels IATOS (sur des postes progressivement et spécifiquement créés au sein des universités d'accueil), de postes ou fractions de postes d'enseignants-chercheurs, et d'un potentiel éditorial, fruits de longues années de mise en place. On ne peut démanteler de telles structures intempestivement sans « tuer la poule aux œufs d'or ».

On voit que ces conditions (et il y en a bien d'autres) dessinent le cadre universitaire. Les IREM les ont donc opposés comme arguments aux propositions qui leur sont faites de se reconstituer dans le cadre des IUFM. Ils ont aussi souligné que leurs missions vont bien au-delà de la formation pédagogique des professeurs de mathématiques, mission jusque là dévolue aux IUFM. Notamment ils ont posé la question du cadre du développement des recherches et des publications. Le prolongement de leurs relations internationales fait aussi partie des éléments d'appréciation. Les IREM, par la voix du président de l'ADIREM, ont donc réaffirmé leur désir de rester des instituts au sein des universités, ce qui a provoqué, semble-t-il, une certaine irritation chez les conseillers concernés du ministre, cependant respectueux de cette liberté de choix.

Mais cette question est en pleine évolution. Les IUFM voient élargir leurs missions par la nouvelle équipe ministérielle. Le transfert de l'organisation d'une partie de la formation continue, qui relevait des MAFPEN, sous l'autorité des IUFM rend caduque une partie des arguments des IREM : ils devront à l'avenir, à égalité avec d'autres prestataires de formation, soumettre leurs projets de stages aux commissions chargées de reconstruire des plans de formation dignes de ce nom, dans le cadre des objectifs nationaux et régionaux. Les IREM, en raison de leur longue expérience en formation continue et sur la base de leurs travaux à moyen et long terme, sont parties prenantes de la définition de la politique de formation des enseignants du second degré. Leurs liens avec les IUFM devraient donc se raffermir.

La question de la participation des IUFM aux activités de recherche est sur le tapis. Certains IUFM apportent un soutien non négligeable aux recherches engagées par leurs personnels, en les libérant de certains services et en facilitant leur participation aux activités des laboratoires universitaires qui accueillent ces recherches.

Chacun souhaite que ces dispositions se prolongent et se développent. Mais il ne faut pas oublier que les créneaux des recherches sur l'enseignement, aussi bien dans leurs dimensions épistémologiques que didactiques, sont particulièrement délaissés en France, dans les autres disciplines que les mathématiques. Ne revient-il pas aux IUFM d'occuper cette place institutionnellement vide ?

Le développement d'équipes de type IREM dans les autres disciplines a été périodiquement à l'ordre du jour, notamment lors de la création des MAFPEN en 82. C'est un objectif qui a aussi préoccupé les services Communs de Formation des Enseignants et Formateurs (CUFEF) pendant un temps dans les années 85 à 88, avant que le projet IUFM prenne forme. Ces objectifs n'ont pas abouti pour bien des raisons. Le poids des IUFM permettra-t-il de répondre de manière originale à cette question ? Et dans ce cas, les IREM peuvent-ils rester en dehors d'un tel mouvement qu'ils appellent de leurs vœux depuis leur origine ?

Pourtant les arguments avancés au début demeurent. Les IUFM ne sont pas des universités et n'occupent pas vis à vis de la recherche la même position. Ils n'ont, par exemple, pas vocation à développer des écoles doctorales. Ne risque-t-on pas dans ces conditions de dévaloriser à longue échéance les « recherches IUFM » ?

Dans l'immédiat et sans préjuger de l'évolution peut-être rapide qui nous attend, il semble évident que les IREM ne peuvent plus se cantonner dans un refus poli d'aller vers les IUFM, s'enfermant dans leur tour d'ivoire universitaire. Déjà des accords ont été passés entre une université et l'IUFM de rattachement pour partager le devenir de l'IREM local, la charge de son fonctionnement et la richesse de ses productions.

Il me semble que l'on devrait aller vers l'intégration d'avenants dans les conventions qui régissent les relations entre universités et IUFM, dans lesquels les missions des IREM seraient explicitement partagées. Tout en restant pour un temps structures universitaires, les IREM devraient être contraints par ces conventions à des relations constructives avec les secteurs mathématiques des IUFM, afin de développer en collaboration étroite avec eux les études et recherches sur l'enseignement des mathématiques et d'en assurer les retombées sur la formation continue. Ce rapprochement me semble vital pour les IREM. Il me semble également incontournable pour que les vieilles structures irémiques puissent réellement apporter au projet d'élargissement des missions des IUFM toute l'aide nécessaire. C'est un tournant important qui s'engage dans le paysage de la formation des enseignants du second degré, il ne faudrait pas manquer ce coche-là.

Présentation de specif

Antoine PETIT (*ENS de Cachan*)

Association loi de 1901, créée il y a 12 ans par Claude Pair, SPECIF (Société des Personnels Enseignants et Chercheurs en Informatique de France) regroupe les enseignants-chercheurs et chercheurs en informatique. Elle a pour vocation la promotion de la discipline informatique en enseignement et en recherche tant dans l'université, au sens large, que dans la société.

Le Conseil d'administration de SPECIF est composé de 24 administrateurs, renouvelables par tiers tous les ans. Le président actuel est Max Dauchet (professeur à Lille 1) et les vice-présidents Marie-Claude Gaudel (professeur à Paris 11 - Orsay) pour la recherche et Camille Bélissant (professeur à Grenoble) pour l'enseignement.

Il est difficile de résumer en quelques lignes les activités d'une association qui compte actuellement plus de 700 membres. Nous nous contenterons donc d'évoquer brièvement les dossiers les plus marquants de l'année écoulée. De plus amples informations sur SPECIF et ses activités sont disponibles sur le serveur Web de l'association à l'adresse

`http://dept-info.labri.u-bordeaux.fr/\textsc{specif}/`

• SPECIF mène une réflexion permanente sur les problèmes de la recherche en informatique, partagée — plus que d'autres encore en raison des impacts socio-économiques de la discipline — entre recherche fondamentale et appliquée et sur la nécessaire structuration de cette recherche. C'est ainsi que lors de son congrès 1998, SPECIF a organisé une journée de présentation des programmes de recherche nationaux et européens avec différents responsables de la commission européenne, du MENRT, du CNRS et de l'INRIA.

• SPECIF a créé en 1998 un prix scientifique récompensant chaque année une excellente thèse en Informatique. Les premiers lauréats, choisis par un jury d'universitaires et chercheurs présidé par Gilles Kahn, membre de l'Académie des sciences, ont été récompensés lors du congrès annuel de SPECIF.

• SPECIF a créé un serveur pédagogique « Spédago » qui se veut avant tout une base de données de cours d'informatique en ligne. Il s'adresse aux enseignants et étudiants souhaitant trouver sur Internet des informations complémentaires concernant les cours qu'ils enseignent ou qu'ils suivent.

• SPECIF milite pour l'existence d'enseignements d'informatique dans les lycées et classes post-bac. Associé à la réforme qui a conduit à la création d'une réelle option informatique dans les classes préparatoires, SPECIF essaye depuis des années d'obtenir la création de concours d'enseignement (CAPES et agrégation) d'Informatique qui sont les seuls à même de garantir, comme c'est le cas pour toutes les autres disciplines, une formation conséquente, uniforme et de qualité (même si les volontaires actuels sont en général irréprochables, le système présent ne pourra fonctionner bien longtemps en l'état). C'est dans cet esprit que SPECIF a été à l'initiative d'une proposition au ministère d'un CAPES bi-disciplinaire mathématiques et informatique. Le canevas de programme — qui comme rappellé dans le préambule se voulait une base de travail et en aucun cas un document définitif — se trouve un peu plus loin ci-dessous.

• SPECIF est intervenue auprès du MENRT, conjointement avec les organisations professionnelles, pour que soit créé l'OFMI, Observatoire des Formations et des Métiers en Informatique et technologies de l'information.

• SPECIF a organisé une journée de travail sur la formation continue qui prend une place croissante dans nos missions d'enseignants-chercheurs, en particulier en raison de l'évolution extrêmement rapide de certaines techniques ou outils liés à la discipline Informatique.

• SPECIF a œuvré pour que la discipline Informatique puisse être enseignée à son juste niveau dans les DEUG, en particulier dans les mentions du DEUG sciences qui donnent accès de plein droit à un second cycle universitaire en Informatique.

La section 27 du CNU (Informatique) dont est issue la quasi-totalité des membres de SPECIF est la plus nombreuse, toutes sections confondues, faisant ainsi de l'Informatique une des premières disciplines universitaires. Près de 1200 des 2000 membres de cette section ont été recrutés dans les dix dernières années. La plupart d'entre eux sera donc encore en poste en 2025 !

SPECIF souhaite représenter du mieux possible cette communauté jeune et dynamique auprès des pouvoirs publics et des professionnels et promouvoir ainsi la discipline Informatique.

Max Dauchet
professeur des universités
président de SPECIF
Université de Lille 1
dauchet@lifl.lifl.fr

Antoine Petit
professeur des universités
membre du CA de SPECIF
ENS de cachan
Antoine.Petit@lsv.ens-cachan.fr

Proposition de canevas de programme d'un CAPES mathématiques et informatique

Composition du groupe de travail :

— Antoine PETIT, professeur des universités, ENS de cachan
— Claudine RUGET, inspecteur général de l'Education nationale
— Jean VUILLEMIN, professeur des universités, ENS Ulm

Le présent document propose un canevas d'un possible CAPES bi-disciplinaire mathématiques et informatique. Une réflexion complémentaire devra être menée pour descendre à un niveau de détails suffisant et construire ainsi un réel programme (comparable par exemple avec celui du CAPES de mathématiques actuel). Il est bien évident que cette réflexion devra également intégrer des éléments aussi divers que la nature de la formation préparant à ce CAPES, le profil attendu des candidats et les missions des futurs certifiés.

Nous pensons néanmoins que ce canevas montre clairement la faisabilité technique et scientifique d'un programme complet de CAPES mathématiques et informatique.

Canevas de programme d'un CAPES mathématiques et informatique

Ce canevas est, pour simplifier sa lecture, constitué de deux parties indépendantes : mathématiques et informatique. Il est néammoins bien évident que les interactions entre ces deux champs disciplinaires devront être particulièrement mises en avant. Parmi beaucoup d'autres, et à titre purement illustratif, citons l'utilisation des nombres premiers en cryptographie ou bien les liens entre arithmétique binaire et circuits logiques. De même, toutes les sections du programme s'y prêtant, tant dans la partie mathématique que dans la partie informatique, devront être l'occasion de souligner le caractère effectif des résultats obtenus, d'écrire les algorithmes relatifs et de les programmer.

Tout candidat devra maîtriser parfaitement au moins un langage de programmation (Pascal, C, C++, Java, ML, LISP,...) et être capable d'utiliser un logiciel de calcul formel.

A — Mathématiques

ALGÈBRE

(1) Nombres et structures

(a) Ensembles

Vocabulaire élémentaire relatif aux ensembles, lois de composition, applications, relations d'équivalence et d'ordre.

(b) Groupes

(i) Groupes, morphismes de groupes. Sous-groupes. Groupes cycliques. Ordre d'un élément. Sous-groupe distingué, groupe quotient. Groupe opérant sur un ensemble, orbites.

(ii) Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique.

(c) Anneaux et corps

(i) Anneaux unitaires, morphismes d'anneaux. Sous anneaux.

(ii) Anneaux commutatifs, anneaux intègres ; idéaux. Corps commutatifs, sous corps, caractéristique.

(d) Nombres entiers, nombres rationnels

(i) Raisonnement par récurrence. ensembles finis

(ii) Anneau Z. Divisibilité dans Z. Division euclidienne. Idéaux de Z.

(iii) Arithmétique binaire.

(iv) Nombres premiers.

(v) Congruences.

(2) Polynômes et fractions rationnelles

La lettre K désigne ici un sous corps de C.

(a) Polynômes à une indéterminée

(i) Algèbre K[X]

L'anneau K[X] est intègre ; divisibilité dans K[X], division euclidienne ; Idéaux de K[X]. Polynômes irréductibles, décomposition en facteurs irréductibles. PGCD, PPCM.

(ii) Racines des polynômes, multiplicité. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme scindé. Résultant et discriminant. Notions élémentaires sur l'élimination.

(iii) Théorème de D'Alembert ; polynômes irréductibles dans C[X] et dans R[X].

(b) Fractions rationnelles à une indéterminée

(i) Corps K[X]

(ii) Fonctions rationnelles, pôles et zéros

(iii) Décomposition en éléments simples

(3) Algèbre linéaire

(a) Espaces vectoriels

(i) Espaces vectoriels. Applications linéaires. Espace vectoriel produit d'une famille finie d'espaces vectoriels.

(ii) Sous espaces vectoriels : sous espace engendré par une partie, somme de sous espaces, somme directe, projecteurs.

(iii) Bases.

(b) Espaces vectoriels de dimension finie

(i) Dimension d'un espace de dimension finie, dimension d'un sous espace, d'une somme directe.

(ii) Rang d'une application linéaire, formes linéaires et hyperplans.

(iii) Dualité.

(c) Matrices

(i) Espace des matrices à p lignes et n colonnes ; produit, transposition. Groupe linéaire. Matrices symétriques et antisymétriques.

(ii) Matrice d'une application linéaire. Effet d'un changement de base.

(iii) Trace d'une matrice carrée.

(iv) Rang d'une matrice.

(v) Systèmes d'équations linéaires.

(d) Applications multilinéaires, déterminants

(i) Définition des applications multilinéaires, des applications symétriques et alternées.

(ii) Déterminant de n vecteurs dans une base d'un espace vectoriel de dimension n.

(iii) Déterminant d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

(iv) Applications des déterminants (inverse d'une matrice, orientation d'un espace vectoriel, résolution des systèmes linéaires).

(e) calcul matriciel

(4) Espaces euclidiens

(a) Espaces euclidiens

(i) Isomorphisme canonique avec le dual. Sommes directes orthogonales.

(ii) Adjoint d'un endomorphisme.

(iii) Groupe orthogonal et groupe spécial orthogonal.

(iv) Déterminant de n vecteurs dans un espace euclidien orienté de dimension n. produit vectoriel.

(v) Dans le cas des dimensions deux et trois, étude géométrique des endomorphismes orthogonaux.

(vi) Similitudes en dimension deux et trois.

(b) calcul matriciel et normes euclidiennes

(i) Problème des moindres carrés.

(ii) Décomposition QR.

ANALYSE

(1) Suites et fonctions

(a) Suites de nombres réels ou complexes

(i) Suites convergentes, divergentes, suites de cauchy. Relations de comparaison.

(ii) Suites monotones de nombres réels.

(iii) Théorème du point fixe pour une application contractante d'un intervalle fermé de R dans lui-même.

(iv) Etude asymptotique.

(v) Etude de suites définies par une relation de récurrence.
Approximation d'une solution d'une équation numérique.

(b) Fonctions d'une variable réelle
Les fonctions sont ici définies sur un intervalle de R et à valeurs réelles ou complexes. Limite, continuité ; image d'un intervalle, d'un segment par une application continue.

(c) Espaces vectoriels normés, réels ou complexes

(i) Normes et distances induites. Voisinages.

(ii) Limite d'une application suivant une partie, continuité en un point.

(iii) Suites

(iv) A pplications linéaires continues.

(v) Normes matricielles.

(d) Espaces complets

(i) Suites de cauchy.

(ii) Séries dans un espace normé complet.

(iii) Théorème du point fixe pour les applications contractantes d'une partie fermée d'un espace complet.

(2) Fonctions d'une variable réelle : calcul différentiel et intégral.

(a) Approximation des fonctions sur un segment.

(b) Dérivation.

(i) Inégalité des accroissements finis. Prolongement des applications de classe C1 sur un intervalle privé d'un point.

(ii) Extremums locaux des fonctions dérivables réelles.

(iii) Fonctions de classe Ck.

(iv) Fonctions convexes.

(c) Intégration sur un segment
Les connaissances exigibles portent sur l'intégration des fonctions continues par morceaux.

(i) Propriétés de l'intégrale.

(ii) Primitives d'une fonction continue.

(iii) Inégalité des accroissements finis.

(iv) calcul approché d'une intégrale.

(d) Etude locale des fonctions
Développements limités ; Exemples de développements asymptotiques.

(e) Fonctions usuelles

(3) Séries

(a) Séries de nombres réels et complexes

(i) Séries à termes positifs. Critères de convergence.

(ii) Séries à termes réels ou complexes. Transformation d'Abel.

(iii) Espace vectoriel des séries. Série produit de deux séries.

(iv) calcul approché de la somme d'une série convergente.

(b) Séries de fonctions
Les fonctions considérées sont à valeur dans un espace de dimension finie sur R ou C.

(i) Convergence simple, convergence uniforme sur un ensemble. Convergence normale.

(ii) Continuité de la somme d'une série en un point. Intégration terme à

(iii) Exemple d'étude d'une fonction définie par la somme d'une série.

(c) Séries entières
Les coefficients sont réels ou complexes.

(i) Rayon de convergence ; propriétés de la somme.

(ii) Dans le cas réel, dérivation et intégration terme à terme. Développement en série de exp(x), ln(1+ x), et (1+ x)a, où a est réel.

(iii) Définition de l'exponentielle complexe et des fonctions trigonométriques complexes.

B — Informatique

(1) Architecture – Systèmes

(a) Circuits logiques

(i) Portes logiques, algèbre de Boole.

(ii) Circuits combinatoires, arithmétiques, à mémoire.

(b) Architecture

(i) Jeux d'instructions et modèles d'exécution.

(ii) Machines RISC.

(iii) Structure d'un ordinateur.

(c) Systèmes d'exploitation

(i) Architecture d'un système d'exploitation, exemples de systèmes.

(ii) Services d'un système d'exploitation.

(2) Algorithmique – Programmation

(a) Notions de calculabilité et de complexité

(i) Exemples de problèmes indécidables.

(ii) Notions de complexité en temps et en espace.

(iii) La classe NP à travers des exemples.

(b) Données, contrôle, récursivité

(i) Types atomiques, tableaux, enregistrements.

(ii) Structures de contrôle.

(iii) Structures de données : listes, ensembles, arbres, graphes.

(c) Analyse de problèmes

(i) Analyse structurée.

(ii) Analyse orientée-objet.

(d) Programmation
Tout candidat devra maîtriser parfaitement au moins un langage de programmation(Pascal, C, C++, Java, ML, LISP,...). Des éléments des différents types de programmation (impérative, fonctionnelle, orientée-objet) sont également requis.

(3) Réseaux et Bases de données

(a) Réseaux

(i) Codage et transmission de l'information.

(ii) Mécanismes d'adressage, de routage, de reprise sur erreur.

(iii) Applications : le courrier électronique, Web,...

(b) Bases de données

(i) Description logique.

(ii) Organisations physiques et algorithmes.

(iii) Mécanismes d'interrogations.

(4) Automates finis – Compilation

(a) Automates finis

(i) Exemples de modélisations par automate fini.

(ii) Automates déterministes, non déterministes.

(iii) Représentation des automates par des circuits.

(iv) Expressions rationnelles, langages associés.

(b) Analyse lexicale et syntaxique et compilation

(i) Notions de grammaires algébriques et d'arbres de dérivation.

(ii) Eléments d'analyse lexicale, syntaxique et de compilation.

Distributions TEX

Antoine CHAMBERT-LOIR (*Université Paris 6*)

Un grand (trop grand ?) nombre de mathématiciens tape leurs textes en (LA)TEX, même d'autres professions s'y mettent : chimistes, physiciens, musiciens, juristes (mais probablement pas ceux de B.G.), enseignants de tous niveaux, prouvant si besoin était que ce système est à la fois pratique et performant. Si ce n'était pas votre cas, mettez-vous y tout de suite ! C'est relativement facile : il suffit d'aller voir un collègue qui en a une certaine habitude et de lui demander comment débuter. Un peu plus tard, il vous faudra vous poser un certain nombre de questions du style « TEX ou LATEX ? » dont la réponse provoque invariablement des joutes shakespeariennes. (L'auteur de ces lignes aura d'ailleurs peut-être l'audace d'en commetre quelques autres sur ces sujets polémiques.)

Une distribution, pour quoi faire ?

Le propos de ce texte est un peu autre, à la fois en amont et en aval : son but est de présenter un bref panorama des différents systèmes TEX disponibles : le mot technique est *distribution*, c'est-à-dire l'ensemble de ce qu'il faut donner à manger à votre ordinateur pour pouvoir faire du (LA)TEX.

Comme les connaissances de l'auteur et la place dont il dispose dans ces colonnes sont limitées, il ne prétend pas être complet. Le remarquable « (LA)TEX Navigator » situé à l'Url `http://www.loria.fr/services/tex/` permettra au lecteur de compléter les lacunes de ce texte.

Précisons donc d'emblée que sous le vocable TEX, on peut entendre au moins trois choses distinctes (mais emboîtées !) :

– l'*implémentation*, c'est-à-dire le programme TEX lui-même : écrit par D. KNUTH, il en est à sa version 3.14159 mais un peu (!) de travail est nécessaire pour le faire tourner sur telle ou telle machine.

– le *format* PLAIN TEX (par opposition à LATEX, par exemple), ensemble de macros décrit dans le *TEX Book* et destiné à faciliter la frappe de documents qui seront mis en pages par le programme TEX ;

– la *distribution* toute entière qui contient beaucoup d'autres choses :

– des polices de caractères, dont la *Computer modern* dessinée par D. KNUTH ;

– d'autres programmes, parmi lesquels les plus évidents sont METAFONT pour la création de polices, METAPOST pour les illustrations, BIBTEX pour la gestion de bases de données bibliographiques, Makeindex pour l'aide à la création d'index, dvips pour transformer le fichier DVI en PostScript que comprend une imprimante laser, etc. ;

– d'autres styles : les différents fichiers constituant LATEX (c'est-à-dire LATEX 2ε), mais aussi des extensions diverses ($\mathcal{AMS}$-LATEX, $\mathcal{AMS}$-TEX, LATEX2.09, etc.).

Pour récapituler, une *distribution* est un ensemble de fichiers liés à TEX, contenant d'une part des *programmes* et d'autre part des *formats* et des styles. Le grand nombre de fichiers nécessaire au bon fonctionnement du tout (de l'ordre de 6 000 sur mon ordinateur personnel !) a rendu quasiment inévitable d'installer TEX à partir d'une distribution où (presque) tout est prévu.

Une distribution, d'accord, mais laquelle choisir ?

Une distribution est prévue pour fonctionner sur une architecture précise (Unix, Mac, Windows, DOS...), tout simplement parce que les programmes exécutables sur une machine ne le sont en général pas sur une autre.

> *Il faut ainsi choisir une distribution qui tourne sur son ordinateur.* Cela laisse encore souvent le choix.

En revanche, les styles ont peu de raison de différer d'une distribution à l'autre. Ce dernier point fait d'ailleurs l'objet d'une standardisation par le TWG-TDS (TUG Working Group on a TEX Directory Structure) de sorte qu'on peut espérer que désormais une partie significative des fichiers liés à TEX sera installée de la même façon dans chaque installation (cf. sur un cite CTAN, à l'adresse `tds/standard/tds/tds.dvi`). Cela ne peut que faciliter l'installation ou la mise à jour des styles ou des polices (quoique les choix faits concernant l'organisation des polices dans la TDS soient discutés)...

> *Préférer une distribution qui se conforme au schéma TDS*, surtout si l'on utilise plusieurs architectures (du type Mac chez soi et Unix au bureau), et donc plusieurs distributions.

Lorsqu'on compile avec TEX un document en français, il est essentiel de disposer des motifs de césure français, sous peine d'horreurs ! Malheureusement, TEX refuse de couper des mots contenant une macro (comme `\'` qui se développe en `\accent19 #1`) et D. KNUTH n'avait pas prévu la césure des mots accentués. Il y a eu deux solutions pour remédier à ce problème :

– MlTEX, un nouveau moteur TEX (8 bits) dont la première version fut réalisée par M. FERGUSON ;

– dans les polices EC (dessinées par J. KNAPPEN à partir des polices CM de KNUTH), les caractères accentués disposent chacun d'une glyphe et `\'e` devient un caractère à part entière.

Actuellement, la solution EC semble préférable : elle tourne sur tout moteur et jointe au mécanisme multi-langue babel, elle permet de régler ces problèmes de manière relativement aisée. Avec néanmoins quelques inconvénients :

– les fichiers DVI ne sont pas exportables vers un site qui n'aurait pas ces polices installées (même si le format DVI n'a jamais été voulu comme un format portable, ce qu'il est partiellement devenu en raison de sa concision).

– dans certaines distributions, ces polices ne sont pas installées, non plus que les fichiers de configuration nécessaire à leur utilisation. Il faut ainsi les installer soi-même, ce qui est long et un petit peu technique ; il faut en particulier recompiler le format LATEX.

Choisir une distribution francisée, ou que l'on peut facilement franciser.

Une distribution ne vient pas qu'avec le programme TEX, mais avec un grand nombre de programmes annexes. On se rend compte qu'on utilise plus souvent ceux-ci que le programme TEX lui-même : il faut bien frapper son texte, corriger éventuellement l'orthographe, puis, une fois compilé, le visualiser à l'écran, et pourquoi pas, l'imprimer. Si on veut l'envoyer à un ami, voire à un collègue, il peut être utile de s'assurer que le collègue pourra le lire sans se retrouver avec des « =E9 » à perte de vue, ou avec des lignes tellement longues que son éditeur de texte favori se perdra lamentablement.

Là, c'est une question de goûts qui, comme on sait, ne se discutent pas. Heureusement, les systèmes tendent à se ressembler de plus en plus, émulation (ou concurrence ?) oblige.

Choisir une distribution qui offre un bon confort d'utilisation.

Par dessus ces critères se greffe un choix supplémentaire : certaines distributions sont commerciales, d'autres sont « libres »[1] (leur code est disponible) ou en tout cas librement redistribuables. Cela a plusieurs implications, entre autres :

– le *prix* d'une distribution commerciale est de l'ordre de 2 000 F, celui d'une distribution *shareware* environ 200 F et un cédérom comme TEX Live contient plusieurs distributions pour plusieurs architectures...

– les *droits* que vous avez : par exemple celui de la passer à un collègue ou a un ami ;

– les distributions commerciales sont souvent plus faciles à installer — mais elles ne rendernt pas forcément plus facile la mise à jour...

– les distributions commerciales sont souvent livrées avec un vrai *manuel* qui peut être utile lors de l'installation, mais aussi pour l'apprentissage de TEX (bien que je doute fortement qu'un tel manuel puisse réellement remplacer les ouvrages de référence que sont le *TEX Book* ou le *LATEX Companion*).

[1] Sur les logiciels libres, je renvoie à l'article de Roberto Di Cosmo dans len° 77 de la *Gazette*.

Bon, cette distribution, où je la trouve ?

Il y a deux façons de se procurer une distribution : sur un cédérom (mieux vaut éviter les disquettes...) ou via le réseau Internet. A priori, les grandes distributions commerciales sont livrées sur cédérom, les distributions *shareware* ou libres via Internet.

C'est pourtant doublement faux : le cédérom *TEX Live 3* est distribué par les associations d'utilisateurs de TEX TUG, française (GUTenberg) et britannique (UK-TUG) et contient six distributions pour Unix, Windows, Amiga et Macintosh. (voir `http://www.ens.fr/gut/distrib/texlive.html` ou `http://www.tug.org/texlive.html`). De même, les distributions Linux contiennent toutes une distribution (si je ne m'abuse, teTEX, due à Thomas Esser). Réciproquement, les mises à jour des systèmes commerciaux se font souvent via Internet (par ftp anonyme ou avec un mot de passe, cela dépend).

> *Choisir une distribution facilement accessible.* Si vous en avez déjà une, gardez la, à moins que vous ne sachiez précisément pourquoi vous voulez en changer.

De toutes façons, une distribution n'est jamais complète : admettant qu'elle contienne tous les styles ou toutes les polices connus dans leur version la plus récente, elle ne contiendra sûrement pas les styles requis par la revue X dans laquelle vous avez décidé de publier votre dernier article. Il vous faudra les récupérer sur le réseau, puis les insérér dans votre système TEX.

De plus, si le programme TEX évolue désormais peu, tous les autres composantes de TEX voient leur numéro de version croître régulièrement, que ce soient les visualisateurs écran (xdvi par exemple), PostScript (ghostscript, etc.), ou bien les styles divers (LATEX 2_ε a une mise à jour biannuelle), ou encore certaines polices de caractères (comme les polices DC qui une fois adolescentes, sont devenues EC).

Le réseau CTAN (acronyme de *Comprehensive TeX Archive Network*) est un ensemble de sites ftp parfaitement identiques et disposant de logiciels liés à TEX de la façon la plus complète et la plus à jour possible. Le réseau dispose d'une page WWW située à l'Url `http://tug2.cs.umb.edu/ctan/` et d'un relai en France : `ftp://ftp.loria.fr/pub/ctan/`. L'adresse `ftp://ftp.jussieu.fr/pub/TeX/CTAN/` est utile car on y retrouve apparemment tout le site CTAN mais la plupart des documents sont compressés à l'aide de l'utilitaire gzip. Dans ce texte, lorsque nous mentionnons une adresse du site CTAN, c'est toujours son adresse relative qu'il faut donc faire précéder de l'adresse du site CTAN auquel on se connecte.

Distributions : Unix

TEX Live (*v3*), GUTenberg
libre
Pour Unix, Windows 95 ou NT, Amiga
Cette distribution (`http://www.tug.org/texlive.html`) est fondée sur la distribution teTEX et Web2C 7.2 (K. Berry, O. Weber). Elle est extrêmement complète et contient aussi ε-TEX, Ω (Omega) et pdfTEX.
▶ cédérom TEX live 3 (distribué gratuitement à ses adhérents par l'association GUTenberg)

teTEX (*v0.9*), Thomas Esser
libre
▶ cédéroms Linux (la Redhat 5.1 contient par exemple un certain nombres de fichiers de la forme `tetex-*-0.4-pl8-11.rpm`)
▶ CTAN (`systems/unix/teTeX`)

NTEX (*v2.3.1*), Frank Langbein
libre
La distribution NTEX était diffusée sur les distributions Slackware, mais ne l'est plus. Elle est conçue comme un ensemble de *packages* d'installation automatisée.
▶ CTAN `systems/unix/ntex/`

TEXmin (*v0.1*), Nils Rennebarth
C'est une distribution minimale de TEX, prévue pour compiler et imprimer la documentation au format texinfo du projet GNU. Pas de visualisation possible.
▶ CTAN (`\systems/unix/linux/texmin`)

Distributions : Macintosh

Les deux distributions suivantes ressemblent beaucoup aux distributions que l'on trouve sur les machines Unix :

CMacTeX (*v3.1*), Tom Kiffe
shareware : 35.00 $ (site 100.00 $)
contient TEX, METAFONT, dvips, BIBTEX, makeindex, Ω (Omega), ε-TEX, pdfTEX
▶ cédérom TEX live
▶ sur CTAN (`systems/mac/cmactex`)

Mac-GUT (*v2.0.0a, 1998*), GUTenberg
version francisée de CMacTEX
shareware : 50 F pour les adhérents de GUTenberg
▶ cédérom distribué par GUTenberg (100 F), voir `http://www.ens.fr/gut/distrib/macgut.html`
▶ `ftp://ftp.univ-rennes1.fr/pub/GUTenberg/MAC/MAC-GUT/MAC-GUT.2.0`

OzTeX (*v3.1.5*), Andrew Trevorrow
shareware : 30.00 $
contient TEX, METAFONT, METAPOST, dvips, BIBTEX, makeindex
▶ cédérom TEX live
▶ sur CTAN (`systems/mac/oztex`)

DirectTex (*v2.1.2*), Wilfried Ricken
shareware : 100 $ pour $\leqslant 3$ installations

TeXgX, Jonathan Kew
shareware : 40 $
supporte les polices gX

Textures (*v2.0*), Blue Sky Research
commerciale : 795 $, éducation : 495 $, version étudiant 270 $
Une des premières implémentations sur Macintosh, l'éditeur intégré a fait son succès. Depuis le système 7 et des éditeurs comme *Alpha*, ce n'est plus vraiment un argument de choix. Toutefois, signalons que la version 2.0 permet, par un simple clic, de passer d'un endroit du DVI à l'endroit correspondant du source, et réciproquement !
D'autre part, elle n'utilise pas METAFONT mais des polices Postscript dans l'encodage Macintosh.
▶ `http://www.bluesky.com`
▶ màj sur CTAN : `systems/mac/textures`

Distributions : Windows 95 ou NT

TEX Live (*v3*), GUTenberg
cf. la section Unix

MikTEX (*v1.10*), Christian Schenk
libre
pour Windows 95 ou Windows NT
ressemble aux versions Unix. Supporte les noms de fichiers longs
▶ TEXLive
▶ CTAN `systems/win32/miktex`

Distributions : DOS/Windows

DJGPP (*v2.01*), Eli Zaretskii

totalement comparable aux versions Unix pusique basée sur Web2C 7.0 et Kpathsea

libre

► TEXLive

► CTAN `systems/msdos/djgpp`

emTEX (*dernière version, juillet 98*), Eberhardt Mattes

libre

Apparemment, ne permet pas des noms de fichiers d'une longueur supérieure à $8 + 3$ caractères, sauf sur OS/2

► TEXLive

► CTAN `systems/msdos/emtex`

AsTEX (*version 2.2, mars 1997*), Association AsTEX

version francisée de emTEX

libre

► cédérom disponible (moyennant 370 F) auprès de l'association, cf. `http://www.univ-orleans.fr/EXT/ASTEX/`

► `ftp://ftp.univ-orleans.fr/pub/tex/PC/AsTeX`

PC TeX (*32 v3.4*), Personal TeX, Inc.

commerciale : 399.00 $

► `http://www.pctex.com`

TrueTeX (*4.1*), Richard Kinch, Software Publisher

commerciale : 450.00 $

► `http://idt.net/~truetex`

Y&Y TeX, Y&Y, Inc.

Pour Windows

commerciale : 425 $, éducation : 395 $

Y&Y est surtout connue pour ses polices (Lucida, MathTime, ...). Il est intéressant de noter que leur distribution de TEX est fournie (au choix, mais pour le même prix) sous trois version : polices Computer modern (incluant la « version » Postscript EM des polices EC), polices Times/MathTime, polices Lucida.

► `http://www.YandY.com/`

Et maintenant, si j'ai besoin d'aide ?

Si quelque chose ne marche pas, un bon moyen d'obtenir de l'aide est de poster un message dans les *news groups* `comp.text.tex` ou `fr.comp.text.tex`.

Il est conseillé de consulter auparavant les *FAQ* (Questions Fréquemment Posées) des groupes en question. La FAQ de UK-TUG est disponible sur CTAN (`usergrps/uktug/faq`) et sous format HTML à l'Url `http://www.tex.ac.uk/cgi-bin/texfaq2html?introduction=yes` Une version traduite et francisée a été publiée dans les *Cahiers GUTenberg*, numéro 23.

Le groupe `fr.comp.text.tex` dispose aussi d'une FAQ assez différente, disponible sur CTAN (`help/LaTeX-FAQ-francaise/`) ou à l'Url `http://www.loria.fr/divers.html`, ainsi que dans certaines distributions.

Il y a aussi la liste de distribution de GUTenberg `gut@ens.fr` ; ses archives sont accessibles à partir du site `http://www.ens.fr/gut/`.

Je rappelle enfin l'adresse du *(La)TeX Navigator* : `http://www.loria.fr/tex/` et celle du site CTAN français `ftp://ftp.loria.fr/pub/ctan`, voire `ftp://ftp.jussieu.fr/tex/CTAN`

Session « L'État de la recherche » de la smf

Équation cinétiques, théories mathématiques et motivations

Orléans, les 4, 5 et 6 juin 1998

organisée par L. Desvillettes & B. Perthame

La session « Etat de la recherche » de la SMF, **Équations cinétiques, théories mathématiques et motivations**, s'est déroulée durant les quelques chaudes journées de juin 98, dans le cadre verdoyant des deux campus scientifiques d'Orléans. Deux journées se sont déroulées sur le campus propre du CNRS, la session du samedi matin s'est déroulée sur le campus universitaire. Cette organisation a permi de profiter pleinement des facilités (restaurant, cafétéria, salle de conférence de la délégation régionale) du CNRS, ouvertes aux mathématiques depuis la création de l'UMR de mathématiques MAPMO et bien utilisées puisque ce laboratoire y a déjà organisé : un « workshop » du GDR SPARCH (P. Bertrand et L. Desvillettes), des journées mathématiques (J. Mossino) et la conférence en l'honneur de M. Feix (J.L. Rouet).

Ce cadre agréable de l'orée de Sologne a permi de réunir environ 50 participants, souvent des spécialistes du sujet (y compris des étrangers) ou des thésards, autour du thème des Equations Cinétiques et des exposés remarquables de F. Bouchut, F. Golse, F. Poupaud et M. Pulvirenti. Le point a donc été fait sur quelques progrés spectaculaires du domaine dans les dernières années. F. Bouchut a présenté une introduction élémentaire au domaine débouchant sur les développements récents de l'analyse des équations cinétiques. L'utilisation de ces outils mathématiques généraux a été illustrée par des résultats pointus (théorie de régularité de Glassey- Schaeffer, lemmes de compacité en moyennne, lemmes de dispersion). F. Golse a fait le point sur l'équation de Boltzmann et ses diverses limites hydrodynamiques. Ce sujet d'intérêt historique a fortement progressé ces dernières années, en particulier avec les résultats globaux de limite vers les équations d'Euler en incompressible et des modèles permettant d'obtenir soit des limites paraboliques, soit des limites hyperboliques rigoureusement. Les cas de semi-conducteurs permettait une transition avec l'exposé de F. Poupaud. Il a pésenté un autre aspect fondamental de la théorie des équations cinétiques : comment les obtenir comme limite semi-classique d'équations quantiques grâce à la transformée de Wigner. En particulier, permettant de traiter les cas de milieu fortement variables, cette théorie physique ancienne a trouvé de nouveaux fondements mathématiquems très actuels. Le dernier point de vue, abordé par M. Pulvirenti, a permi de traiter d'une autre origine des équations cinétiques : la limite de systèmes de particules en interaction. Il s'agit ici de justifier mathématiquement la limite dite de Boltzmann-Grad qui permet de retrouver formellement les équations de Boltzmann à partir de la hiérarchie de BBGKY. Les méthodes combinent des approches probabilistes et Equations aux Dérivées Partielles. Ces exposés reposent, pour la plupart, sur un document écrit d'une très grande qualité (150 pages au total).

Notons finallement que des pans entiers de la théorie n'ont pas pu être abordés, en particulier les aspects numériques et certaines modélisations physiques, pour des raisons d'homogénéité des approches (et de taille de la salle utilisée limitée à 60 places). D'autre part, après de spectaculaires progrés théoriques dans les dernières années, de nouveaux développements prometteurs aparaissent déjà, avec des modèles issus des sciences du vivant, des interactions particules fluides et des flots granulaires.

Le très grand succés de cette Session *Etat de la Recherche de la* SMF repose surtout sur l'organisation locale. Remercions pour cela le laboratoire MAPMO et A. Bonami qui ont accepté et financé l'événement, V. Foucaut pour le travail d'organisation et tout particuliérement L. Desvillettes sans qui ces journées n'auraient pu avoir lieu. Remercions également les autres organismes ayant soutenu le projet : le m inistère (MENRT), le SPM-CNRS, le GDR SPARCH, les réseaux TMR « lois de conservation » et « équations cinétiques ».

rédigé par B. Perthame

⋆ ⋆ ⋆

Le Comité national français des mathématiciens et les Congrès internationaux des mathématiciens

Présentation du CNFM

Le Comité National Français des Mathématiciens est le correspondant français de l'IMU, Union Internationale de Mathématiciens, sorte d'ONU des mathématiques. Il sert d'organe de liaison entre l'Union Internationale et la communauté mathématique française.

En pratique, il s'agit d'une association loi de 1901, fondée en 1951 (en même temps que la refondation de l'IMU après la deuxième guerre mondiale) et de petite taille : le CNFM compte 16 membres nommés par les organismes principaux de la communauté mathématique (4 par l'Académie des sciences, 4 par le CNRS, 4 par la SMAI et 4 par la SMF) et un maximum de 7 membres cooptés. Les membres cooptés sont, en particulier, les représentants français dans les divers comités internationaux, car la France possède ces dernières années un représentant dans chacun des comités de l'IMU. Il s'agit aussi des délégués du CNFM dans diverses instances, ou de personnes recrutées pour leur compétence dans un domaine particulier.

Outre cette fonction de liaison avec l'union internationale, le CNFM participe à d'autres organismes : il participe par définition au COFUSI (Comité Français des Unions Scientifiques Internationales) qui regroupe les comités français similaires dans toutes les disciplines ; pour rendre la symétrie parfaite, le COFUSI est membre national correspondant de l'ICSU (International Council of Scientific Unions), dont l'IMU est bien sûr membre disciplinaire. Le CNFM nomme deux membres à la CFEM (Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques), qui participe aux travaux de l'ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), qui dépend elle-même de l'Union Mathématique Internationale ; la CFEM et l'ICMI organisent régulièrement des congrès nationaux ou internationaux sur l'enseignement des mathématiques et conduisent des études sur divers sujets.

Pour comprendre plus en détail le fonctionnement et l'histoire de l'Union Mathématique Internationale et de ses comités, on ne saurait mieux faire que de recommander le livre de Olli Lehto, « Mathematics without borders » (membre du comité exécutif de l'IMU pendant 16 ans, dont 8 comme secrétaire, il a accumulé une information énorme sur l'histoire de l'IMU depuis les origines, en 1897, racontée de façon remarquable)

Enfin, ce qui est peut-être le plus visible pour le lecteur de la *Gazette* : le CNFM nomme les membres de la CCCI, qui subventionne les participations de mathématiciens en poste en France, invités à des congrès internationaux, en répartissant une subvention versée par le ministère des Affaires étrangères.

Les ressources du CNFM

Le CNFM a un budget de fonctionnement très faible : il était ces dernières années d'environ 11 KF (cela a été jugé trop couteux par le ministère, qui a réduit en 1998 la subvention de fonctionnement, qui sert en particulier à couvrir les frais de déplacement pour l'assemblée générale du comité, à 4 KF pour l'année). Le comité imite en cela les règles de l'UMI, qui s'impose un budget de fonctionnement minimal, de façon à éviter de faire de l'UMI un enjeu de pouvoir matériellement intéressant.

En revanche, un certain nombre de subventions transitent par le CNFM, en particulier la subvention annuelle du MAE et aussi des subventions de la direction de la recherche du MENRT, qui ont par exemple permis cette année de financer la participation française au congrès international de Berlin.

Enfin, le CNFM possède quelques ressources propres, provenant entre autres de la réédition des œuvres d'Elie Cartan faite il y a quelques années ; ces ressources propres permettent en particulier d'assurer la soudure quand une subvention promise se fait attendre, ou de démarrer une action sans être assuré d'obtenir le budget correspondant. Pour donner un exemple, sans elles, le CNFM n'aurait pu faire que peu de choses pour le congrès de Berlin, puisqu'en mai dernier, au moment où il devenait nécessaire de prendre les décisions finales, le budget prévisionnel était lourdement déficitaire, une partie seulement des subventions ayant été obtenue à cette date.

Le rôle du CNFM

Il est fixé par les statuts : *« l'association a pour but de favoriser la recherche mathématique française par tous les moyens opportuns d'action internationale ou nationale »* et *« ces moyens sont notamment :*

*1) l'adhésion à l'*IMU*, membre de l'*ICSU*.*

2) la collaboration avec l'Académie des sciences.

3) l'organisation de la participation française aux congrès internationaux de mathématiques et aux autres réunion mathématiques internationales.

4) la collaboration à l'édition ou à la réédition de textes mathématiques fondamentaux de langue française.

5) l'établissement de contacts entre les diverses associations nationales, scientifiques et techniques, s'intéressant à la science mathématique. »

L'une des tâches du CNFM est donc d'obtenir, chaque année, une subvention de MAE pour permettre à la CCCI de fontionner et de superviser la CCCI ; ce mode de fonctionnement est profitable aux deux parties, le MAE préférant déléguer cette question à un organe spécialisé plutôt que de rembourser individuellement plus de 50 personnes.

Le CNFM peut aussi intervenir dans une certaine mesure pour aider des projets qui dépendent, par exemple, de la CFEM.

Mention doit être faite de l'édition : les membres fondateurs ont inclus dans les statuts (point 4) la mission, pour le CNFM, d'aider à l'édition d'œuvres de mathématiciens français ; c'est ce que le CNFM a fait ces dernières années en participant à la coédition SMF/Springer des œuvres de Leray.

Enfin, l'une des tâches principales du comité est l'organisation de la participation française aux congrès internationaux. Ainsi, cette année, il a obtenu des subventions pour financer entièrement les orateurs français invités au congrès international de Berlin et partiellement les autres participants français ; il a aussi organisé la délégation française à l'assemblée générale de l'Union Mathématique Internationale à Dresde.

Les congrès internationaux et les assemblées générales de l'UMI

Cet été a eu lieu le congrès international de Berlin, dans lequel la France était bien représentée, avec 26 orateurs invités ; je laisse à d'autre le soin de décrire le déroulement du congrès, me contentant de signaler la taille de l'évènement : il y avait plus de 1000 exposés !

Le week-end précédent avait eu lieu l'assemblée générale de l'IMU. La France y avait envoyé une délégation de 7 personnes désignées par le CNFM, 5 titulaires (Arnoux, Bismut, Cohen, Damlamian, Vergne) et deux suppléants (Cahen, Cioranescu). L'assemblée générale est une expérience intéressante, on a régulièrement l'impression qu'elle va sombrer dans une confusion totale, car bon nombre de délégués (comme moi !) sont la pour la première fois et les déclarations sont souvent incohérentes, ou sans rapport avec la discussion en cours. Mais il y a quelques professionnels qui veillent et, surtout, les buts de l'assemblée générale sont modestes : il s'agit d'abord d'élire les membres des différents comités et de décider du lieu du prochain congrès. Celui-ci, après une discussion mouvementée, a été fixé à Pékin. On a ensuite décidé de la formation d'une commission sur les publications électroniques, qui a donné lieu à un apre débat, la délégation américaine voulant y mettre le directeur des publications de l'AMS, ce qui a donné lieu à controverse. Pour finir, l'assemblée générale a débattu, comme lors de la dernière asemblée générale, il y a 4 ans, sur une résolution américaine très « politiquement correcte » en faveur des femmes et des minorités ; le projet initial était rédigé d'une façon qui convenait mieux à un débat interne aux Etats-Unis qu'à un vote de l'UMI. Ce sujet, dans une telle assemblée internationale, est politiquement sensible et a donné lieu à un débat houleux : la notion de minorité, claire aux Etats-Unis, l'est moins dans une assemblée qui regroupe les 5 continents et d'autre part certaines déléguées se sont déclarées choquées par l'idée de quotas réservés (on a pu assister aux mêmes discussion en France à propos de la parité aux élections) ; la motion a d'ailleurs suscité un débat animé au sein même de la délégation française. Le comité des résolutions a longuement travaillé et transformé le projet américain en une résolution trés diluée, qui a recueilli une large majorité.

Après le congrès de Berlin, vient l'an prochain l'ICIAM, puis en 2000 le congrès de la Société Mathématique Européenne et enfin donc, en 2002, le congrès international de Pékin : du pain sur la planche pour le CNFM !

P. Arnoux

Année 2000 : année mondiale des mathématiques

Quelques projets dans le monde en direction du grand public

Parmi les manifestations en préparation au titre de WMY 2000 (voir le numéro précédent de la *Gazette*), en voici quelques unes qui répondent au troisième axe de l'opération « Image des mathématiques ». On ne parlera pas ici des nombreux congrès et conférences prévus dont la liste peut être consultée sur le serveur de WMY 2000 (Agenda).

Ils se répartissent en gros comme suit : campagnes d'affiches sur les mathématiques dans les transports publics des grandes villes, émission de timbres sur les mathématiques et les mathématiciens, expositions, films, émissions TV.

MÉTRO-MATH : Des mathématiques dans les transports publics

• *Une manifestation dirigée vers le très grand public* Sur une idée originale de Catherine Goldstein, ce projet s'inscrit dans l'ensemble des manifestations organisées par la Société Mathématique Européenne à l'occasion de l'An 2000. Son objectif vise à favoriser le développement d'une culture mathématique « citoyenne » à l'échelle européenne grâce à des campagnes d'affichage et des animations dans les transports publics des principales métropoles européennes.

Il est largement ignoré dans le grand public que les mathématiques interviennent dans de nombreux secteurs de la vie quotidienne et de la vie économique, de l'imagerie médicale et la prévision météorologique au paiement sécurisé par carte bancaire, de la construction aérospatiale aux grands réseaux des télécommunications. Cette opération a l'ambition de montrer que les mathématiques sont productrices d'emploi et sources d'innovation permanente.

• *Structure du projet* Métro-Math se donne pour but de familiariser une large population, les usagers des transports publics, avec les mathématiques d'aujourd'hui, en en montrant concrètement les utilisations et les résultats.

Ce projet rassemble des manifestations diverses :

— Plusieurs vagues de campagnes d'affichage sur des thèmes précis liés aux mathématiques se dérouleront de l'automne 1999 au printemps 2000. Ces affiches, de différentes tailles, placées dans les véhicules ou les stations, mettront en évidence de manière accessible et attrayante, la recherche mathématique contemporaine dans dans des situations concrètes et à travers des objets familiers (téléphone portable, scanner, carte bancaire, bretelles d'autoroutes, antennes paraboliques, etc.)

— Des animations thématiques dans les stations : chaque affiche sera accompagnée d'un petit livret et complétée par des animations spécifiques : présentation in situ d'application récentes (en robotique, par exemple) ; débats réunisant mathématiciens et personnalités connues du grand public (acteurs, poètes, écrivains, cinéastes).

— Pour le public scolaire, des concours promenades à la découverte des mathématiques dans la ville seront organisées en liaison avec des partenaires extérieurs prestigieux (cités scientifiques, chaînes de distribution, etc.)

• *Organisation et contacts* Plusieurs villes sont déja engagées dans le projet :

Barcelone, Bruxelles, Lisbonne, Londres, Montréal, Paris et plusieurs villes de province en France, en Italie,...

Contact : Mireille Chaleyat-Maurel, `mcm@ccr.jussieu.fr`

Affiches

La Société Mathématique Européenne a lancé un concours d'affiches pour cette opération. *Contact* : Vagn Lundsgaard Hansen, `hansen@mat.dtu.dk`

Timbres

Plusieurs pays ont déposé des demandes d'émissions de timbres à l'effigie de mathématiciens et/ou sur des sujets mathématiques : **France**, *Contact* : Liliane Zweig, `zweig@dmi.ens.fr`

Italie, *Contact* : Alberto Conte, `conte@dm.unito.it`

Pays Bas, *Contact* : Michiel Hazewinkel, `MichielHazewinkel@cwi.nl`

Expositions

Différentes expositions sur les mathématiques, itinérantes ou non sont en préparation : **Canada** : Une exposition itinérante par le Musée de Séminaire de Sherbroke et l'Association mathématique du Québec.

Contact : Bernard Courteau, `courteau@interlinx.qc.ca`

Danemark : Une exposition par le Comité danois pour WMY 2000.

Contact : Tage Bai Andersen, `bai@mi.aau.dk`

Italie : *Les mathématiques dans l'art contemporain* : une exposition du Musée d'art contemporain du Chateau de Rivoli, près de Turin.

Contact : Alberto Conte, `conte@dm.unito.it`

Royaume Uni : *Mathématiques pour le millénaire* : une exposition itinérante.

Contact : Richard Mankiewicz, `RMankiewicz@tutorcom.dircon.co.uk`

Films et émissions de télévision

France : *Mathématiciennes des quatre coins du monde*, un projet de l'association « femmes et mathématiques ».

Contact : Julianne Unterberger, `julia.unterberger@univ-reims.fr`

Italie : *les mathématiques dans la société occidentale*, une série de trois programmes de la RAI.

Contact : Alberto Conte, `conte@dm.unito.it`

Contacts pour WMY 2000

International Mireille Chaleyat-Maurel, présidente du Comité « WMY 2000 » de l'IMU `mcm@ccr.jussieu.fr`
France Gérard Tronel, président du Comité « An 2000/France » de la SMF et de la SMAI `tronel@ann.jussieu.fr`
Lycées et Collèges François Dusson, représentant de l'APMEP au Comité « An 2000/France » `francois.dusson@wanadoo.fr` *Site Web* : `http://www.math.jussieu.fr`

M. Chaleyat-Maurel

⋆ ⋆ ⋆

Compte rendu de la réunion d'information et du débat sur la documentation en mathématiques

Pierre Bérard, Christian Kassel, Geneviève Sureau, Bernard Teissier

La réunion, organisée sous l'égide de la SMF par Pierre Bérard, Christian Kassel, Geneviève Sureau et Bernard Teissier, a eu lieu le Samedi 17 Octobre 1998 à l'École normale supérieure. Elle a rassemblé près de soixante-dix personnes (mathématiciens et bibliothécaires). Trois thèmes ont été abordés :
— les tarifs des périodiques
— les consortiums
— la diffusion des prépublications et la visibilité des thèses et habilitations

Tarifs des périodiques

Reprenant un travail fait à l'occasion de l'école thématique « La documentation électronique en mathématiques » (organisée par la Cellule MathDoc et le RNBM en mars 1998), G. Sureau présente divers tableaux où la forte hausse des abonnements des périodiques apparaît clairement, souvent plus de 10% par an dans les dernières années. Les journaux édités par les sociétés savantes ou universités ont en général des hausses moins importantes que ceux produits par les maisons d'édition du secteur privé et des tarifs d'abonnement bien inférieurs. Cette hausse est encore plus impressionnante si les tarifs de 1992 et 1998 sont comparés (des calculs sur la base du nombre de caractères donnent des exemples de hausse de 47% à 115%). Face à cette situation d'explosion des coûts documentaires, les bibliothèques, dont les budgets sont souvent constants, ont de grosses difficultés et de fortes inquiétudes sur l'avenir (négociation des plans quadriennaux et renouvellement des Plans Pluri-Formation) : les responsables de diverses bibliothèques (Besançon, Bordeaux, Grenoble, Limoges, Montpellier, Nantes, Orsay, Paris-IHP, Poitiers, Rennes, Strasbourg, Toulouse) expliquent comment ils ont fait face à ces augmentations : désabonnements, restrictions sur l'achat d'ouvrages, contributions des équipes de recherche, négociation avec les distributeurs.

Des propositions d'action concrètes sont envisagées :
— négocier avec les éditeurs et distributeurs, en demandant notamment des devis fermes, libellés en Euros ;
— sensibiliser les collègues à cette inflation des coûts, en affichant dans les bibliothèques des tableaux récapitulatifs (précisant les tarifs et leurs évolutions, sans craindre les comparaisons. Une diffusion plus large, sans efficacité assurée, risque de susciter des arguties judiciaires de la part de certains éditeurs) ;
— accompagner tout désabonnement (ou refus de commande d'ouvrage) d'un courrier explicatif aux éditeurs commerciaux et scientifiques, insistant sur les raisons économiques (rapport qualité/prix) de ce choix ;
— coordonner les décisions de désabonnements afin d'éviter qu'un titre ne vienne à disparaître simultanément dans toutes les bibliothèques (utilisation des catalogues collectifs, tel le « catalogue fusionné des périodiques » de la Cellule MathDoc) ;
— comme mathématicien, accorder la priorité, autant que faire se peut, dans son travail éditorial (référé) ou pour les soumissions d'articles, aux revues ayant des politiques tarifaires raisonnables ;
— réfléchir aux critères et modes d'évaluation qui encouragent souvent à publier ; organiser les évolutions pour allier économie des bibliothèques et diffusion de la recherche, sans pénaliser les jeunes qui ont besoin de publier ;
— inciter les membres des comités éditoriaux à intervenir auprès des éditeurs sur les tarifs (et leurs dérives).

Les consortiums

Des discussions avec les éditeurs les plus importants ont été entreprises par les responsables du RNBM et B. Teissier présente une proposition de Springer-Verlag : cette opération, baptisée « L'offensive Mathématique », doit donner accès à l'ensemble des revues mathématiques incluses dans le service en ligne LINK de Springer à tous les laboratoires de mathématiques en France, ce durant l'année 1999 et gratuitement. Le contrat, à signer par chaque institution souhaitant participer à l'opération (éventuellement sous couvert des tutelles, il est encore trop tôt pour le dire) impose l'usage interne du service (pas de livraison de documents à une institution en dehors de l'accord) et organisera une collaboration entre les usagers et l'éditeur (formation, évaluation, aide en ligne en français,...). Certains voient cette proposition comme le signe du grand embarras du monde de l'édition dans la phase actuelle de bouleversements technologiques et restructurations économiques : les éditeurs se trouvent obligés de collaborer avec la communauté mathématique, afin de pouvoir recueillir des informations sur ses comportements et tendances. Certains soulignent le caractère stratégique des données qui vont être récoltées (décrivant les attitudes des mathématiciens face aux nouveaux modes de diffusion des revues), réclament que celles-ci soient intégralement à la disposition de tous les partenaires de l'opération « Offensive Mathématique » et mettent en garde contre tout engagement prématuré vis à vis de Springer. D'autres insistent sur la possibilité, dans cette période charnière, de discuter avec les éditeurs et de concrétiser de nouvelles relations par l'organisation de consortiums (mêlant accès en ligne et archivage papier, conclus entre diverses bibliothèques de taille et histoires différentes) ou

la conclusion d'accords-cadres disciplinaires au niveau national (comme cela est en cours dans le domaine des sciences de gestion) sans entrer en contradiction avec l'autonomie des bibliothèques et celle des universités ; l'articulation de ces contrats de licence d'écrits numériques avec ceux conclus par chaque université (responsable en dernier lieu de l'ordonnancement comptable) sera à examiner encore plus que pour les ressources traditionnelles des bibliothèques. Par ailleurs, il est souligné le rôle que les sociétés savantes pourraient jouer dans ces négociations avec les éditeurs, même si celles-ci ne peuvent avoir mandat pour engager financièrement les bibliothèques. Le RNBM reçoit l'approbation de l'assemblée, de la SMF et de la SMAI pour continuer les négociations avec les éditeurs.
Un autre type d'action partagée, à caractère expérimental (premier semestre 1999), est présenté par P. Bérard : un service de sommaires, pris en charge techniquement (et financièrement pendant la phase expérimentale) par la Cellule MathDoc. Ce projet est le résultat de longs pourparlers avec le diffuseur Europériodiques (P. Bérard et G. Sureau). En installant une base de données sur le serveur de la Cellule MathDoc avec mises à jour hebdomadaires, le but est de permettre l'accès efficace aux sommaires des revues de mathématiques (environ 300) dès leur parution, sous diverses formes (consultation des sommaires par navigation par revue ou interrogation sur auteur ou mot-clé), avec service d'alerte (abonnement personnalisé), lien sur les localisations des revues dans les bibliothèques de mathématiques françaises et renvoi vers des services de fourniture de documents (tel celui de l'INIST). Ce service évidemment très intéressant pour les mathématiciens des petits centres, mais aussi pour les bibliothèques qui ne peuvent pas tout avoir à disposition, sera limité au réseau des bibliothèques de mathématiques françaises. L'ensemble des sommaires (numérisés en mode graphique et accessible sans restriction) de Bordeaux offre en partie ce que ce Service couvrira ; ces deux projets ne sont pas à mettre en concurrence, chacun ayant des aspects qui lui sont propres et totalement spécifiques. Certains critiquent l'absence de résumés et s'interrogent sur le positionnement de ce service par rapport aux services bibliographiques comme MathSciNet et Zentralblatt-MATH, d'autres s'inquiètent de la concurrence avec la réalisation bordelaise et l'avenir de celle-ci, d'autres voix enfin appuient le projet en prévoyant l'intérêt des mathématiciens isolés, surtout de ceux éloignés des bibliothèques de référence.

La diffusion des prépublications et la visibilité des thèses et autres habilitations

La dernière partie de cette réunion est consacrée aux index nationaux des prépublications et des thèses/habilitations, avec comme opérateur la Cellule MathDoc et en concertation avec les sociétés savantes et certains laboratoires. Les mutations en cours peuvent amener, en plus des monopoles dans le secteur de l'édition, à une concentration aux États-Unis de grandes bases numériques de textes mathématiques. D'aucuns estiment que la tradition européenne dans ce secteur de la documentation est menacée, comme l'est la diffusion en langue vernaculaire des travaux des diverses écoles mathématiques (à la base d'actions de formation initiale ou internationales comme celles menées par le CIMPA. P.

Bérard expose le modèle retenu pour l'alimentation de ces index nationaux (dont les données pourront réapparaître dans des index internationaux tels MPRESS) ; il s'agit d'un modèle réparti, le modèle centralisé n'ayant pas semblé opportun, au vu notamment de tentatives anciennes et des structures de la recherche mathématique en France. L'alimentation des index repose sur la collecte d'informations normalisées dans les serveurs des laboratoires. Les normes de signalisation choisies sont proches de standards en cours de création sur la Toile ; elles utilisent des métadonnées structurées (suivant la nomenclature bibliographique dite « noyau de Dublin ») décrivant le document (nature, auteur, titre, etc.). L'avenir de ces écrits numériques est discuté : publication dans des revues pour les prépublications et caractère non modifiable pour les thèses et habilitations (l'intérêt de ces derniers textes, restant souvent sans aucune diffusion, est souligné fortement) ; le rôle des laboratoires pour la validation scientifique est un élément essentiel de ces projets. Toutes les interventions appuient la constitution de ces index.

Contacts :
`Pierre.Berard@ujf-grenoble.fr`
`kassel@math.u-strasbg.fr`
`Genevieve.Sureau@math.u-psud.fr`
`Bernard.Teissier@ens.fr`

Quelques url :
RNBM : `www-mathdoc.ujf-grenoble.fr/rnbm.html`
Sommaires :`www-mathdoc.ujf-grenoble.fr/sSs.html`
Prépublications : `www-mathdoc.ujf-grenoble.fr/prepub.html`
Thèses/habilitations : `www-mathdoc.ujf-grenoble.fr/these.html`

Rédigé par P. Bérard en collaboration avec L. Guillopé

Projet de réforme du cnrs

Les projets de réforme de l'organisation du CNRS ont soulevé une grande émotion, voire de la consternation dans le milieu scientifique. D'abord, la méthode brutale et le refus de discuter ont profondément choqué une communauté habituée à la démarche scientifique d'analyser un problème le plus précisément possible avant de le résoudre. Sur le fond, à sa manière provocatrice et schématique, le ministre pose de bonnes questions : sur le manque de souplesse des grands organismes de recherche vis-à-vis des nouveaux domaines, sur les difficultés qu'éprouvent parfois les jeunes équipes à se faire reconnaître, sur l'insuffisance de la valorisation des découvertes de nos savants, sur les possibilités de changements de fonction entre chercheurs à temps plein, enseignants-chercheurs et chercheurs dans l'industrie. Ces défauts sont principalement culturels et portés par une solide tradition universitaire, mais tous les responsables sont conscients qu'il faut les corriger.

Trois idées centrales semblent guider le projet actuel : donner au CNRS un rôle « péri-universitaire », enlever au Comité national de la recherche scientifique la majeure partie de sa mission d'évaluation de la recherche, ôter aux organismes de recherche une grande partie de leur autonomie en matière de politique scientifique. Elles ne répondent pas du tout aux questions posées. Au contraire, dans le débat que nous tentons d'organiser au sein du Comité national, les analyses semblent pointer vers une demande de collaboration étroite, mais dans la complémentarité, entre le CNRS et l'université, vers un renforcement du rôle du Comité national, vers une séparation claire et saine entre l'expertise scientifique et les décisions politiques. Ce débat est ouvert et nous souhaitons y associer toutes les instances de la recherche en France. Les présidents de section ont appelé à une réunion plenière du Comité national le 14 décembre pour présenter ses premières analyses. Ils espèrent que des propositions positives y écloront. La secousse créée par ces projets aura été alors utile.

F. Ledrappier

L'adresse du site sur lequel se trouve les informations concernant la réaction du Comité national sur les projets de réforme du CNRS *ainsi que les conclusions de la réunion plénière du Comité national du 14 décembre et les questionnaires auxquels les unités* CNRS *étaient invitées à repondre est :* **http://www.\textsc{cnrs}.fr/sgcn** *puis rubrique : conférence des présidents.*

Prix décerné à M. Talagrand

La cérémonie de remise du prix Fermat de recherche en mathématiques 1997, attribué à M. Talagrand (université de Paris 6-CNRS et Ohio State University) a eu lieu le 22 octobre 1998 dans le cadre du SITEF à Toulouse, en présence de messieurs R. Bastide (président de l'université Paul-Sabatier), J. Broquet (directeur de la recherche chez Matra Marconi Space, représentant le PDG A. Carlier) et D. Baudis (député-maire de Toulouse).

M. Talagrand

Organisé à Toulouse tous les deux ans depuis 1987, la prochaine édition du prix Fermat de recherche en mathématiques est organisée en 1999. Tous les renseignements à ce sujet sont disponible sur le serveur : `http://www.ups-tlse.fr/PrixFermat/`.

⋆ ⋆ ⋆

Prix décerné à R. Sadourny

Le prix Alexandre Joannides de l'Académie des sciences a été décerné à Robert Sadourny directeur de recherches à l'ENS pour ses travaux sur la modélisation numérique de la circulation athmosphérique.

⋆ ⋆ ⋆

Élection de Jean-Pierre Kahane

Jean-Pierre Kahane, professeur à l'université de Paris-Sud ancien président de l'université Paris-Sud et ancien président de la SMF, a été élu membre de l'académie des sciences.

CARNET

Jean Leray (1906-1998)

Jean Leray est né à Nantes le 7 novembre 1906. Après l'École normale supérieure, où il entre en 1926, il fait sa thèse en mécanique sous la direction d'Henri Villat en 1933. Dès cette époque, ses travaux s'orientent dans des directions très diverses : solutions « faibles » des équations de Navier Stokes, topologie dans les espaces de Banach (en collaboration avec Schauder, avec lequel il définit la notion de degré topologique). Fait prisonnier en 1940, Jean Leray passe toute la guerre dans un camp en Autriche. Pendant cette période, afin d'être absolument certain que ses recherches ne puissent pas bénéficier à l'effort de guerre allemand, il délaisse la mécanique des fluides pour se consacrer à la topologie algébrique. Il introduit les faisceaux et les suites spectrales. Pendant sa déportation, il est nommé à la faculté des sciences de Paris, poste qu'il n'occupe qu'à son retour en France. Il est élu professeur au Collège de France en 1947.

Jean Leray
©Académie des sciences

Après la guerre, Jean Leray poursuit ses travaux sur les équations aux dérivéees partielles non-linéaires, s'intéresse aux variétés analytiques complexes, aux équations aux dérivées partielles dans le domaine complexe, mais aussi à la mécanique appliquée (calcul des ponts-plaques).

Jean Leray est resté actif en mathématiques jusqu'au soir de sa vie : la consultation du Zentralblatt für Mathematik, dont il avait été lui-même un collaborateur actif, fait apparaître douze articles ou notes publiées entre 1990 et 1994. Ses œuvres complètes ont été publiées en co-édition par Springer et la Société Mathématique de France en 1997.

Parmi les nombreuses distinctions qu'a reçues Jean Leray : membre de l'Académie des sciences (mécanique) en 1953, président du congrès international des mathématiciens à Nice en 1970, prix Wolff (avec André Weil) en 1979, prix Lomonossov en 1988.

Jean Leray a été président de la Société Mathématique de France en 1954.

Martin Andler

⋆ ⋆ ⋆

Erratum

Robert Fortet est décédé à Saint-Etienne et non à Paris comme cela a été publié dans le n$^{\text{o}}$ 78 de la *Gazette*.

LIVRES

Jeux d'esprits et enigmes mathématiques
Elisabeth Busser et Gilles Cohen
Odile Jacob, 1998

Un livre qui se propose de rendre compréhensible les mathématiques ? D'un œil circonspect, le lecteur se prend à douter car ce genre de livre est devenu un exercice de style fort répandu. Mais très vite le scepticisme du lecteur se dissipe. Tout d'abord, l'absence des signes cabalistiques propres aux mathématiques facilite la lecture. Les exemples empruntés à la vie quotidienne, permettent une approche concrête des mathématiques. Ainsi on apprend à affronter de manière rationnelle les promotions des supermarchés (et ne plus être impressionné par les +25% de produit en plus), les prêts bancaires etc. Cette découverte est faite sur le mode humoristique, qui rend la lecture facile (il manque un peu d'humour dans les démonstrations, mais cela doit plutôt être le fait de la rigueur nécessaire à cet exercice). Une approche critique est proposée à travers l'étude des statistiques et le problème des échantillons biaisés, ce qui est aussi une manière de faire comprendre l'importance de savoir manier les nombres. J'ai même réussi à comprendre les probabilités et cela me fait penser que si ce livre avait existé un peu plus tôt j'aurais peut-être eu des bonnes notes en math (mais je ne serai pas devenu pour autant fort en maths, rassure toi papa)

Jean-Pierre Liégeois, jeune lecteur du Var (83)

An Introductory course in commutative algebra
A.W. Chatters, C.R. Hajarnavis
Oxford Science Publications, 1998

Ce petit livre expose de manière plutôt agréable des rudiments d'algèbre commutative (divisibilité, anneaux euclidiens, factoriels, polynômes, extensions de corps) en vue de quelques applications arithmétiques marquantes :

– théorème de Lagrange sur les sommes de quatre carrés ;
– constructibilité (ou non-constructibilité) à la règle et au compas, en particulier des polygônes réguliers ;
– cyclicité du groupe multiplicatif d'un corps fini ;
– existence et « unicité » des corps fini d'ordre donné ;
– existence d'un corps de rupture.

Les notions sont introduites au fur et à mesure des besoins des applications ; les définitions sont souvent judicieusement commentées (du genre « Faut-il imposer $1 \neq 0$ dans la définition d'un anneau ? »). Il y a beaucoup d'exemples détaillés et chacun des 15 chapitres se clôt par une dizaine d'exercices dont certains sont résolus.

Antoine Chambert-Loir. Université Paris 6

The mathematical Olympiad handbook. An introduction to problem solving
A. Gardiner
Oxford Science Publications, 1997

Voici un livre d'exercices d'olympiades, en l'occurrence britanniques, écrit par l'un des entraîneurs de l'équipe du Royaume Uni aux Olympiades internationales. De facture classique (40 pages de rappels divers, 10 pages de références bibliographiques, 30 pages de problèmes et 130 de solutions), il est intéressant de noter que les corrections ne sont jamais complètes mais plutôt une transcription de ce que pourrait dire un enseignant pour aider à la résolution de l'exercice.

Les énoncés sont souvent intéressants, même s'ils sont considérablement plus faciles que leurs homologues internationaux.

En résumé, ce livre plaira à ceux que le genre intéresse, les autres l'éviteront probablement.

A. C.-L.

Modern Mathematics in the Light of the Fields Medals
Michael Monastyrsky
A.K. Peters, 1998

Ce livre est la traduction complétée d'un ouvrage publié en Russie en 1991. Il donne en 150 pages une vue d'ensemble d'une partie des mathématiques contemporaines à travers l'œuvre des Médailles Fields de 1936 à 1994. Les lauréats sont regroupés par thèmes. L'analyse des œuvres des lauréats est précédée d'un historique de la création de la Médaille Fields et de la liste des membres des comités de sélection.

Il s'agit d'un ouvrage de vulgarisation de bon niveau agréable à lire.

Riemannian Geometry : a beginner's guide, 2e Edition
Frank Morgan
A.K. Peters, 1998

Le livre de F. Morgan n'est ni un traité, ni un livre de vulgarisation, mais plutôt une invitation à la géométrie avec comme objet central l'une des notions fondamentales de la géométrie riemannienne, celle de courbure.

L'approche extrinsèque (celle des sous-variétés plutôt que celle des variétés abstraites) permet à F. Morgan d'aller droit au but et de donner des formules utilisables immédiatement sur les exemples développés dans le corps du texte ou proposés en exercices. L'auteur ne se limite pas pour autant aux seuls aspects calculatoires et extrinsèques de la courbure : les interprétations géométriques (variation première de l'aire pour la courbure moyenne par exemple) et les aspects intrinsèques ne sont pas oubliés.

En moins de cinquante pages, F. Morgan réussit à introduire les notions principales (courbure, dérivée covariante, géodésique), à esquisser les démonstrations de théorèmes aussi fondamentaux que le « Theorema Egregium », le théorème de Gauss-Bonnet ou à énoncer les théorèmes de comparaison de la géométrie riemannienne contemporaine.

Cette présentation pragmatique, efficace, mais néanmoins attrayante de la géométrie riemannienne n'est pas fermée sur elle-même. Le Chapitre 2 contient une jolie application de la notion de courbure à un problème d'ingénierie. Le chapitre 7 est une incursion dans la théorie de la relativité ; F. Morgan y explique la précession de l'orbite de Mercure (avec des extraits de la traduction de l'article d'A. Einstein de 1916). Le chapitre 10 ouvre quant à lui sur une généralisation de la notion de courbure, motivée par l'étude des cristaux. Au delà de son intérêt intrinsèque, ce dernier chapitre a la particularité de présenter des résultats originaux obtenus par des « undergraduates » de Williams College (Williamstown, Massachusetts).

Le livre est complété par un formulaire, des index alphabétiques, des exercices variés, une importante bibliographie croisée et bien sûr de nombreuses illustrations.

Voilà un bel ouvrage pour la défense et l'illustration des mathématiques. Lire le livre de Frank Morgan est un plaisir à faire partager.

P. Bérard. Institut Fourier, Grenoble

Algebraic Theory of Numbers
HERMANN WEYL
Princeton, Landmarks in Mathematics, 1998

Ce livre est la réédition sans changement du livre qui a inauguré en 1940 la collection *Annals of Mathematics Studies* de Princeton University Press, collection qui comprend maintenant plus de 140 titres.

Le but d'Hermann Weyl était d'écrire une monographie en anglais sur la théorie algébrique des nombres car il n'existait pas d'après lui à l'époque, de monographie en anglais qui rendît compte des progrès de la théorie algébrique des nombres dus en particulier à Hensel, Hilbert, Hasse, Artin, Chevalley,...

Presque 50 ans après la première édition, le livre reste étonnamment moderne et parfaitement utilisable pour un cours de théorie algébrique des nombres au niveau DEA ou éventuellement Maîtrise, en complément par exemple de Fröhlich-Taylor, *Algebraic Number theory*, Cambridge studies in advanced mathematics n°27, Cambridge University Press 1991. Il a l'avantage de ne pas se cantonner seulement à la partie algébrique de la théorie algébrique des nombres mais d'utiliser aussi la théorie des fonctions zeta et L. Les quatres chapitres couvrent

I.- La théorie des extensions algébriques d'un corps.

II.- La théorie de la divibilité dans les anneaux d'entiers des corps de nombres en suivant plutôt l'approche de Kronecker que celle de Dedekind qui s'est imposée comme la seule jusqu'à une date récente, cf. H. M. Stark *Galois theory, algebraic number theory and zeta functions* in From Number Theory to Physic p. 313-393, Springer Verlag, 1992.

III.- La théorie des corps p-adiques et de leurs extensions jusqu'à la définition du symbole d'Artin.

IV.- La théorie algébrique des nombres classique : géométrie des nombres, théorème de structure du groupe des S-unités, groupe des classes et répartitions asymptotiques des idéaux dans les classes ; théorie succinte des fonctions zeta de Dedekind et des fonctions L de Dirichlet, répartition des nombres premiers dans les progressions arithmétiques ; aperçu sans démonstration, de la théorie de corps de classes.

D. Barsky. CNRS, Université de Paris Nord

Gauss and Jacobi Sums
BRUCE C. BERNDT, RONALD J. EVANS, KENNETH S. WILLIAMS
Canadian Math. Soc. S. of Mon. and Adv. texts, 22, Wiley-Interscience, 1998

Les auteurs déclarent dans l'introduction : « One major goal of this book is to offer simple proofs of many of the marvellous theorems on Gauss and Jacobi Sums scattered throughout the literature. Our proofs are frequently shorter, more systematic, and/or more elementary than previous proofs. We have aimed to make this book user-friendly ; in particular, it has been our wish to make classical theorems of Gauss, Jacobi, Eisenstein, and others accessible to beginning graduate students in mathematics and physics. »

Les auteurs arrivent avec élégance à ce but déclaré et donnent de nombreuses et jolies applications à la théorie des nombres. Ils se restreignent aux sommes sur les corps finis et sur les anneaux $\mathbb{Z}/k\,\mathbb{Z}$ en laissant de côté le cas des corps de nombres algèbriques, des corps de nombres et autres. Cela leur permet de faire tenir le contenu du livre en 583 pages.

Voici les titres des quatorze chapitres : « Gauss Sums, Jacobi Sums and cyclotomic numbers, Evaluation of Jacobi Sums over F_p, Residuacity, Reciprocity laws, Congruences for binomial coefficients, Diagonal Equations over Finite Fields, Gauss Sums over F_q, Eisenstein Sums, Brewer Sums, A General Eisenstein's reciprocity law to Wieferich's theorem (concernant léquation de Fermat) ».

A la fin du livre on trouve une liste de problèmes de recherche, une bibliographie très détaillée (65 pages) qui contient aussi des preprints récents ainsi que des publications sur internet, un « Author Index » et un « Subject Index », ce qui permet de retrouver facilement les resultats cités dans le texte, par exemple les interessantes applications en physique, théorie des graphes, combinatoire, codage, cryptographie et autres.

Chaque lect/rice/eur pourra se régaler à faire son choix de chapitres et/ou passages à lire ou étudier.

A. Helversen-Passotto. CNRS, Université de Nice Sophia-Antipolis

---

Graph connections (relationships between graph theory and other areas of mathematics)
L. W. Beineke & R. J. Wilson, éditeurs
Oxford lecture series in mathematics and its applications,1997

Le but de cet ouvrage est de présenter la théorie des graphes au travers de ses applications dans de nombreux autres domaines des mathématiques (logique, codes, théorie des nombres, géométrie, topologie, probabilités...) à un niveau introductif, avec néanmoins des perspectives. L'ouvrage comporte peu de démonstrations, mais donne des théorèmes qui illustrent son propos. Ce n'est donc pas un ouvrage de recherche, mais il peut servir à tous ceux qui désirent élargir leur culture et enrichir les techniques propres à leur sujet par un nouveau point de vue.

F. Sauvageot. Université Denis Diderot

Cours d'algèbre (primalité, divisibilité, codes)
Michel Demazure
Nouvelle Bibliothèque Math., Cassini, 1997

Il s'agit d'un cours original issu d'un enseignement à l'X. Il en possède, à mon avis, les qualités et les défauts. Son point de vue est nouveau, comparativement aux textes classiques d'algèbre puisqu'il commence par de l'analyse d'algorithmes (avec un langage informaticien) afin de montrer comment effectuer des tests de primalités. La difficulté de ces tests conduit donc l'auteur à montrer in situ les théorèmes de base de l'arithmétique (Euclide-Bézout, théorème chinois etc.) ainsi que des notions plus élaborées comme les résidus quadratiques, le code RSA... Au passage il est dit quelques mots sur la transformation de Fourier rapide et les algorithmes probabilistes. La deuxième partie, assez courte, est plus traditionnelle et présente la théorie générale des anneaux (principaux, factoriels, euclidiens). La dernière partie, aussi conséquente que la première, présente une introduction à la théorie des codes correcteurs d'erreurs vue comme cas particulier de l'arithmétique des corps finis. L'exposé est assez complet, bien détaillé et abondant en exercices de niveau et de type variés. Y sont inclus par exemple des exercices de programmation, avec une préférence pour CAML-light. Le niveau annoncé (licence ou bons élèves de CPGE) me semble assez largement sous-estimé et il me semble mieux adapté à ses autres objectifs : servir aux agrégatifs (notamment avec la nouvelle épreuve sur machine) et inspirer de nouveaux cours à l'université... Ce cours est donc le fruit d'une recherche assez approfondie et on y trouve nombre de commentaires qui montrent la culture de l'auteur. On se prend à regretter le manque d'humour (ou le trop de sérieux) du ton adopté. A ce propos je tiens à faire remarquer à l'auteur que réécriture est autant une horreur que l'expression l'algorithme termine qu'il décrie ; en effet scribere ne possède pas de e initial et on devrait donc s'en tenir à récrire, récriture etc. Ceci dit bien qu'il soit souvent vain (et inopportun ?) de lutter contre les évolutions de la langue !

F.S.

Polyhedra
Peter Cromwell
Cambridge Univ. Press, 1997

Les polyèdres constituent l'un plus anciens objets d'étude des mathématiques : rappelez-vous les solides platoniciens, le cube,le tétraèdre,. . . et le dernier, le dodécaèdre, le polyèdre régulier qui se rapproche le plus de la sphère, ainsi introduit par Platon : « Il restait encore une combinaison, la cinquième, c'est à l'Univers que le Dieu en fit application,pour en dessiner l'épure. » (Timée, 55b-d, trad. L. Robin, La Pléïade, p.476). Le livre de P. Cromwell, magnifiquement illustré, parcourt l'histoire des polyèdres sous ses différents aspects mathématique : certains des joyaux des mathématiques sont évoqués, comme *l'existence des polyèdres réguliers (combien de nos étudiants en connaissent la démonstration ?)

*les problèmes de dissection et le troisième problème de Hilbert (résolu par Dehn), depuis les dissections de Liu Hui (premier siècle de notre ère)

*ou encore le théorème de rigidité de Cauchy et la sphère de Connelly La notion de régularité permet une introduction douce aux groupes de transformations géométriques et la formule d'Euler est examinée en détail (on sait que l'étude de son domaine de validité a eu un rôle particulier dans l'histoire des mathématiques) formule de Gauss-Bonnet inclue.

*historique, culturelle, philosophique, artistique : l'ère des images virtuelles ne fera pas oublier les gravures de Wenzeln Jamnitzer

A qui s'adresse ce livre ? Depuis quelques années on constate un intérêt accru des littéraires pour les mathématiques. Mais le plus souvent elles sont peu ou mal connues. Cet ouvrage — comme d'autres — montre de manière passionnante les liens entre mathématiques et culture à travers les siècles (un Chapitre passionnant est consacré aux travaux de Kepler, astrologue, astronome et mathématicien)

Bien entendu ce livre n'est pas strictement du style à la mode des études mathématiques universitaires : d'abord, il donne trop envie d'aimer les mathématiques : (il traite des groupes en dimension trois mais ne contient ni les groupes de Coxeter, ni foncteur, ni catégories dérivées, ni statistiques financières),. . . Mais il pourrait faire aimer les mathématiques, au moins intéresser des littéraires, futurs architectes et artistes et distraire les mathématiciens, à défaut de les aider à illustrer leur enseignement et leurs conversations.

J.-M. Kantor. Université Denis Diderot

Mathématiques discrètes 1- Fondements et arithmétique entière
Hans-Heinrich Nägeli
Presses Polytechniques et Universitaires Romandes,1998

Ce livre de Mathématiques Discrètes développe un programme qui est —grosso modo— ce qui convient à une première année d'IUT d'Informatique : en cela, il répond à un besoin.

La première partie traite de la théorie naïve des ensembles d'une façon à la fois longue, certainement claire, mais peu illustrée : ainsi par exemples l'auteur aurait pu présenter le Théorème de représentation des treillis par ceux constitués des parties d'un ensemble muni de l'inclusion.

La seconde partie sur l'arithmétique est plus intéressante et fournit un programme adéquat et qu'il conviendrait de présenter dans la première année universitaire en Informatique. Cependant à la clarté du style s'oppose un manque d'originalité, d'exemples malins et les exercices mériteraient d'être étoffés en nombre et qualité.

Les 30 dernières pages contiennent les applications standard de l'arithmétique aux codes correcteurs d'erreur et à la cryptographie.

D. Richard. Université de Clermont 1

Tight and taut submanifolds
Editeurs T.E. Cecil et S. Chern
Cambridge, MSRI publ.32, 1997

Ce livre dédié à la mémoire de N.H. Kuiper est composé de 7 textes rédigés à la suite d'une conférence organisée par R.Bryant et S.Chern qui s'est tenue au MSRI du 1^{er} au 4 Mars 1994.

Le thème de la conférence était vaste mais le livre est presque exclusivement consacré à l'étude des immersions et plongements « tendus » (tight) et « ronds » (taut)[1]. Ce sujet a été un thème récurrent de recherche pour N.H. Kuiper tout au long de sa vie et il a fait dans ce domaine une œuvre de pionnier très importante : c'est à lui qu'il revient d'avoir posé clairement les premières définitions topologiques et surtout d'avoir démontré les premiers théorèmes d'existence non triviaux. Il a ainsi ouvert la voie à de nombreux travaux de recherche.

[1] Cette traduction qui, à ma connaissance, n'existait pas en français m'a été suggérée par R. Langevin.

Les surfaces tendues plongées dans l'espace euclidien $\mathbf{R}^3$ ont été introduites, à l'origine, par S.Chern et R.Lashof comme celles dont la courbure absolue (intégrale de la valeur absolue de la courbure de Gauss) est la plus petite possible. Comme l'a montré N.H. Kuiper, ceci est équivalent à dire que toute fonction hauteur dont la restriction à la surface est une fonction de Morse admet le nombre minimum de points critiques imposé par sa topologie. Ceci est encore équivalent à la propriété visuelle très simple suivante : tout plan affine de $\mathbf{R}^3$ découpe la surface en au plus 2 composantes (TPP « two piece property », suivant T. Banchoff).

Les surfaces rondes dans l'espace euclidien sont telles qu'une sphère quelconque les découpe en 2 composantes au plus. On montre qu'une surface ronde est tendue. Toutes ces définitions se généralisent au cas d'immersions d'une variété de dimension quelconque dans un espace euclidien quelconque. En outre, il se révèle très intéressant d'étudier les immersions tendues linéaires par morceaux de variétés polyédrales.

Signalons enfin qu'un des exemples non triviaux les plus marquants de la théorie est celui de la surface de Véronèse, image d'un plongement du plan projectif dans un espace euclidien de dimension 5. Ceci donne une idée des relations étroites entre cette théorie et la géométrie projective classique.

Le volume commence par un texte très émouvant de T.F. Banchoff : « Remembering Nicolaas Kuiper ». Ce texte relate rapidement les points marquants de la carrière de N.H. Kuiper en insistant sur le rôle important qu'il a joué dans le développement de la théorie des variétés tendues, sujet qui l'a intéressé pendant plus de 30 ans,jusqu'à la fin de sa vie. Il ressort de ce texte une très bonne idée de ce que fut sa remarquable intuition géométrique.

Le premier texte mathématique de ce livre est un inédit de N.H.Kuiper rédaction d'un cours qu'il donna en 86 à Washington University, Saint-Louis, intitulé : « Geometry in curvature theory ». Partant de la propriété des 2 composantes de Banchoff, il introduit peu à peu, dans un style lumineux qui lui est propre les outils géométriques nécessaires à l'étude des variétés tendues (en particulier les outils homologiques) et démontre, entre autres le théorème frondamental suivant qu'il avait trouvé en 62 : « si une surface admet un plongement tendu dans un espace euclidien de dimension N et si l'image n'est pas contenue dans un espace de dimension $N-1$, alors on a $N \leqslant 5$, si $N = 5$, la surface est le plan projectif et l'image est la surface de Véronèse ».

Le deuxième texte « Tight Submanifolds, Smooth and Polyhedral » de T.F. Banchoff et W. Kunhel présente, en toutes dimensions pour la variété source et l'espace but, dans les cas lisse et linéaire par morceaux, les définitions et théorèmes fondamentaux concernant les immersions tendues. Ce texte comporte peu de démonstrations mais présente une très bonne vue d'ensemble de la théorie ; il débouche sur de nombreuses questions ouvertes.

Le troisième texte « Tightness for Smooth and Polyhedral Immersions of the Projective Plane with One Handle » de D.P. Cervone est une analyse des deux résltats suivants, dont la conjonction est assez surprenante : il n'existe pas d'immersion lisse tendue lisse du plan projectif avec une anse dans l'espace $\mathbf{R}^3$ (F.Haab 92), mais il en existe une dans la catégorie des applications polyédrales (D.Cervone 94).

Le quatrième texte « Taut and Dupin Submanifolds » de T.E. Cecil est consacré à l'étude des variétés rondes telles qu'elles ont été définies ci-dessus. Une classe très importante de sous-variétés rondes est formée par les sous-variétés isoparamétriques (variété à courbures principales constantes, dans le cas d'une hypersurface), étudiées par E. Cartan. Une classe un peu plus large, est celle des sous-variétés de Dupin, qui généralisent les cyclides découvertes par Dupin en 1822 pour des raisons mécaniques. L'article présente les différents aspects de la théorie (sans démonstrations, mais avec d'abondantes références pour les trouver) ainsi que les problèmes qui sont encore ouverts dans cette géométrie.

Le cinquième texte « Taut Immersions into Complete Riemanienne Manifolds » de C.L. Terng et G. Thorbergsson est une tentative pour étendre la définition d'une immersion ronde au cas où l'espace but n'est plus un espace euclidien. La définition ne peut se transcrire facilement du fait que la fonction carré de la distance à un point n'est pas différentiable le long du « cut-locus » de ce point. Les auteurs tournent la difficulté en utilisant la fonctionnelle d'énergie d'un chemin. C'est toute une géométrie très riche qui apparaît alors, en particulier dans le cas où l'espace but est un espace symétrique.

Le sixième texte « Null-Homotopic Embedded Spheres of Codimension One » de D. Ruberman est consacré à la démonstration et à des illustrations du théorème suivant : soit une sphère plongée, de codimension 1, homotope à zero. Si elle ne borde pas une boule, alors la variété ambiante est une sphère d'homologie rationnelle.

Le septième et dernier texte « Real Hypersurfaces in Complex Space Forms » de R. Niebergall et P.J. Ryan est consacré à l'étude des sous-variétés réelles de CP^n et CH^n Les auteurs étudient de nombreux exemples et abordent le problème de la classification.

Le livre se termine par une abondante bibliograhie sur les sous-variétés tendues, rondes et isoparamétriques, par la liste des publications de N.H. Kuiper et celle des thèses qu'il a dirigées.

En résumé, ce livre rassemble quelques très beaux textes de géomètrie où se mêlent techniques modernes de géométrie, topologie différentielle et constructions de géométrie analytique remontant au siècle dernier. A ce titre, il peut intéresser un vaste public. Les spécialistes y trouveront les derniers résultats connus sur le sujet en 97 et une excellente bibliographie.

N. Desolneux-Moulis. Université de Lyon I

Algorithmic Geometry
Boissonnat, J.-D., Yvinec, M.
Cambridge University, 1998

Ce livre est une traduction de l'ouvrage « Algorithmique Géométrique » publié par les mêmes auteurs chez EdiScience en 1995. Je l'ai traduit entre 1996 et 1998, en y ajoutant quelques exercices, et apportant quelques modifications mineures. Cependant, le texte est très proche de son antécédent en Français.

Ce livre présente les fondements de la géométrie algorithmique : c'est une discipline proche de l'informatique théorique qui s'intéresse au maniement algorithmique des objets géométriques. Traditionnellement, les objets étudiés sont polygonaux par morceaux, on mesure leur complexité en terme de nombre de faces (d'un polygone, d'un polyèdre, d'une triangulation, etc.). Les algorithmes sont mesurés en terme de leur efficacité (nombre d'opérations élémentaires en fonction de la complexité des objets traités). Une brève incursion dans l'espace des sphères permet de discuter des diagrammes de Voronoï qui encodent des propriétés de proximité des objets considérés. Les solutions développées dans ce livre privilégient autant que possible les algorithmes valides en toutes dimensions ; le cas de la dimension 2 ou 3 n'est traité à part que lorsque cela conduit à des améliorations significatives, ce qui n'est finalement pas si souvent le cas.

Par contraste, ce livre ne s'intéresse pas aux objects géométriques plus complexes comme les surfaces (semi-)algébriques pour lesquels les mesures de complexité sont différentes (degré, etc.). Pour cela, on peut consulter les monographies de Risler, de Bochnak, Coste et Roy, ou les livres de CAO sur les surfaces de Bezier. Il faut noter que le terme anglophone de « computational geometry » a dérivé des années 60 (où il désignait le calcul géométrique de Bezier et en CAO) à sa signification actuelle telle que nous la présentons ici.

Ce livre s'adresse premièrement à des mathématiciens qui auraient envie de s'intéresser aux aspects algorithmiques de la géométrie combinatoire. Il s'adresse aussi aux informaticiens qui auraient envie de comprendre quelle est la spécificité des objets géométriques en programmation et en particulier comment gérer leur structure combinatoire discrète. Par exemple, les prérequis de géométrie analytique sont exposés de manière succinte (géométrie projective orientée, calcul sur les sphères) dans la mesure où ils fournissent un cadre mathématique rigoureux. Le livre explore plus les aspects combinatoires, par exemple sur les polytopes convexes, sur les complexes cellulaires (arrangements de droites, de plans, de triangles, triangulations et diagrammes de Voronoï), avec les resultats élémentaires de complexité (relations de Dehn-Sommerville, d'Euler, séquences de Davenport-Schinzel) et les algorithmes.

En particulier, les liens entre les différentes structures permettent de mieux comprendre celle qui forme la dernière partie du livre : les diagrammes de Voronoï. Ceux-ci encodent des propriétés de proximités. étant donné un ensemble de site, le diagramme partitionne l'espace en régions chacune plus proche d'un site que de tous les autres. à chaque site correspond une région, qui possède certaines propriétés (connexité, etc.). Les diagrammes de Voronoï interviennent dans les phénomènes de croissance, on les retrouvent donc ainsi dans les structures cristallines, dans les pelures d'oignons et sur le cou des girafes ! Ils permettent aussi de reconstruire des formes à partir d'interpolations simples (par ex. par contours) et les auteurs les ont appliqués à des domaines comme l'imagerie médicale ou la géologie. Ce livre présente les fondements géométriques des diagrammes, ainsi que de nombreux algorithmes pour les calculer.

Les problèmes sont abordés par thèmes. L'une des thèses soutenues (et pas seulement propre à la géométrie) est que les algorithmes randomisés sont très élégants et faciles à programmer et fournissent souvent des solutions aussi très efficaces. Par conséquent un préliminaire algorithmique présente sur des exemples géométriques les méthodes algorithmiques de base (qui ne sont pas forcément propres à la géometrie : division-fusion, méthode incrémentale, structures de données) et discute un formalisme développé par les auteurs pour l'analyse et le développement des algorithmes randomisés. Puis les parties suivantes regroupent les algorithmes et problèmes sur des structures géométriques particulières : Enveloppes convexes (2D/3D/dD, programmation linéaire), Triangulations (de points 2D/3D, de polygones, polyèdres), Arrangements (d'hyperplans, de segments, de triangles) et Diagrammes de Voronoï (de points, Euclidiens/non-Euclidiens, de segments dans le plan).

Ma première impression quand j'ai voulu traduire ce livre est que c'est un ouvrage de référence, pour des étudiants troisième cycle et des chercheurs. D'ailleurs, c'est en tant que support de leur cours de DEA que les auteurs l'ont progressivement écrit. Les parties peuvent se lire indépendamment et donner ainsi lieu à des modules séparés. Il est très pédagogique, remarquablement précis dans son enoncé sans pour autant sacrifier à la lisibilité. Il aborde les difficultés progressivement, à l'intérieur de chaque partie. Il ne convient pas pour autant à une introduction à la géométrie algorithmique sans une certaine maturité mathématique (par exemple, cours d'introduction en DEUG). Il existe d'autres ouvrages plus adaptés pour une introduction sur le sujet. Pour l'algorithmique, il existe *Type de Données et Algorithmes* (C. Froidevaux, M. C. Gaudel, and M. Soria, McGraw-Hill, Paris, 1990). En ce qui concerne la géométrie, il existe par exemple *Computational Geometry in C* (O'Rourke, Cambridge University Press, 1994) pour une approche plus programmatoire et *Computational Geometry : Algorithms and Applications* (de Berg, van Kreveld, Overmars, Schwarzkopf, Springer, 1997) pour une introduction plus élémentaire présentée par ses applications.

H. Brönnimann. INRIA Sophia-Antipolis

Fatou type theorems ; Maximal functions and approach regions
Fausto Di Biase
P.M. 147, Birkhäuser, 1998

Le livre dont il est question ici est une monographie sur un sujet assez technique, à savoir la comparaison de divers types de régions d'approche admissible pour la convergence de fonctions holomorphes (ou harmoniques) au bord d'ouverts de $\mathbb{C}^n$ (ou $\mathbb{R}^n$). Avant d'en venir précisément au contenu de l'ouvrage, il paraît utile de résumer quelques points essentiels sur le problème étudié.

L'existence de valeurs au bord pour diverses classes de fonctions holomorphes dans les ouverts de $\mathbb{C}^n$ est un sujet très exploré. La plupart des nombreux résultats obtenus à ce jour s'inscrivent dans le schéma suivant : on impose aux fonctions considérées certaines conditions de croissance ; de là, on établit que pour presque tout point ζ du bord, une telle fonction a une limite en restriction à certaines régions, dites régions d'approche naturelles de ζ. L'archétype de tels théorèmes est dû à Fatou (1906) : soit une fonction f holomorphe bornée dans le disque unité $\mathbb{D}$. Alors, pour presque tout point ζ du cercle unité, $f(z)$ a une limite quand z tend vers ζ tout en restant dans la région $\Gamma_\alpha(\zeta) = \{\, z \in \mathbb{D} : |z-\zeta| < (1+\alpha)(1-|z|) \,\}$ ($\alpha > 0$ quelconque). Au voisinage de ζ, la région d'approche naturelle $\Gamma_\alpha(\zeta)$ est un triangle de sommet ζ, contenu dans $\mathbb{D}$. En particulier, elle est non-tangentielle par rapport au cercle. Ce n'est pas un fait anodin : si l'on se donne une courbe simple $\sigma : [-1,1] \to \mathbb{D} \cup \{1\}$, tangente au cercle au point $1 = \sigma(0)$, Littlewood (1927) a établi l'existence d'une fonction f holomorphe bornée dans $\mathbb{D}$ et telle que pour presque tout point ζ du cercle, $f(\sigma(t)\zeta)$ n'ait pas de limite lorsque t tend vers 0. De ce point de vue, le résultat de Fatou semble donc essentiellement optimal.

La situation devient plus compliquée en plusieurs variables : à titre d'exemple, dans la boule unité $\mathbb{B}$ de $\mathbb{C}^n$ ($n \geqslant 2$), on peut imaginer deux possibilités de généralisation immédiate pour les régions $\Gamma_\alpha(\zeta)$ du disque : la première est le cône non-tangentiel défini par la même condition $|z-\zeta| < (1+\alpha)(1-|z|)$; la seconde est la région, plus grande, donnée par

$\mathcal{A}_\alpha(\zeta) = \{ z \in \mathbb{B} : |1 - \langle z|\zeta\rangle| < (1+\alpha)(1-|z|) \}$, où $\langle\cdot|\cdot\rangle$ désigne le produit hermitien usuel sur $\mathbb{C}^n$ (pour $n = 1$, on retrouve évidemment $\Gamma_\alpha(\zeta)$ dans les deux cas). Koranyi (1969) a montré que le théorème de Fatou reste vrai dans la boule pour les « grandes régions » $\mathcal{A}_\alpha(\zeta)$. Pourtant, celles-ci sont tangentielles (paraboliques) dans les directions données par le sous-espace complexe maximal de l'hyperplan tangent à la sphère en ζ.

En réalité, la plupart des résultats de ce genre sont sous-tendus par l'existence d'une structure d'espace homogène sur le bord du domaine considéré. étant donné un ensemble E, une fonction $\rho : E \times E \to \mathbb{R}_+$ est appelée une pseudo-distance si l'on a, pour tous x, y et z dans E, les propriétés $(\rho(x,y) = 0) \iff (x = y)$ et $\rho(x,z) \leqslant C(\rho(x,y) + \rho(y,z))$ pour une constante positive C convenable. à la pseudo-distance ρ, on associe des pseudo-boules $B(x,r) = \{y \in E : \rho(x,y) < r\}$. Un espace homogène est la donnée d'un espace topologique E muni d'une pseudo-distance continue ρ et d'une mesure borélienne positive μ telle que l'on ait, pour tout x de E et tout $r > 0$, l'inégalité $0 < \mu(B(x,2r)) \leqslant C'\,\mu(B(x,r)) < \infty$, où C' est une constante. La famille $\mathcal{B}$ des pseudo-boules de E permet d'associer, à toute fonction f de $L^1(E,\mu)$, la « fonction maximale » donnée, pour tout x de E, par

$$Mf(x) = \mathrm{Sup}\left\{ \frac{1}{\mu(B)} \int_B |f| d\mu \quad : \quad B \in \mathcal{B} \ \text{ et } \ x \in B \right\}.$$

On peut montrer que l'application $f \mapsto Mf$ est de type faible (1,1), c'est-à-dire que pour toute fonction f de $L^1(E,\mu)$ et tout réel $\lambda > 0$, on a

$$\mu(Mf > \lambda) \leqslant \frac{C''}{\lambda} \int_E |f| d\mu,$$

pour une certaine constante C''. De là, un certain nombre de techniques standard en analyse harmonique permettent d'obtenir les résultats recherchés. Ces idées ont été inaugurées par Hardy et Littlewood (1930) dans le cadre du disque unité : E est alors le cercle unité, ρ la distance euclidienne et μ la longueur d'arc. Dans le cas de la boule unité de $\mathbb{C}^n$, l'espace E est la sphère, munie de la mesure de surface et de la pseudo-distance de Koranyi $\rho(z,\zeta) = |1 - \langle z|\zeta\rangle|$.

L'existence d'une structure d'espace homogène sur le bord d'un ouvert Ω permet également d'interpréter de manière plus satisfaisante la notion de région d'approche naturelle : un point z appartient à une région d'approche d'un point ζ dès que l'on a $\rho(\pi(z),\zeta) < \eta d(z)$, où $\pi(z)$ désigne une projection de z sur $\partial\Omega$, où η est une constante convenable et $d(z)$ est la distance euclidienne de z à $\partial\Omega$. Des régions d'approche naturelles (optimales au sens des théorèmes de Fatou et Littlewood) peuvent ainsi être exhibées dès lors que l'on munit $\partial\Omega$ d'une pseudo-distance optimale, en un sens approprié, pour la géométrie de l'ouvert. Ce point de vue a permis, par exemple, d'étendre au cas des domaines strictement pseudoconvexes de $\mathbb{C}^n$ (Stein, 1972), ou pseudoconvexes de type fini de $\mathbb{C}^2$ (Nagel, Stein & Wainger, 1981), les constructions précédemment décrites dans la boule (dans le cas des domaines de type fini, l'aspect en est encore plus compliqué, puisque dans la direction tangentielle complexe, la région d'approche naturelle est tangente au bord à un ordre variant avec le point considéré, avec une distorsion progressive de la géométrie).

A la base de la présente monographie se trouve la remarque suivante. étant donné un domaine Ω muni de régions d'approche naturelles $\mathcal{A}(\zeta)$ pour les points $\zeta \in \partial\Omega$, on considère une famille d'autres régions $\mathcal{A}^*(\zeta)$ contenues dans Ω et dont l'adhérence coupe $\partial\Omega$ uniquement au point ζ. A partir des ces régions, on peut définir une famille $\mathcal{B}^*$ de parties du bord en associant, à chaque z de Ω, la partie $\{\zeta \in \partial\Omega : z \in \mathcal{A}^*(\zeta)\}$ (dans le cas des régions naturelles, cette partie est alors, comme on l'a déjà mentionné, une pseudo-boule centrée sur le projeté de z et de rayon proportionnel à $d(z)$). La famille $\mathcal{B}^*$ détermine, à l'instar de la famille $\mathcal{B}$ des pseudo-boules de E, une application « fonction maximale » $f \mapsto M^*f$; si celle-ci jouit encore de bonnes propriétés -essentiellement le type faible (1,1)-, on obtient alors des théorèmes d'existence de valeurs au bord au sens de la convergence dans les nouvelles régions $\mathcal{A}^*(\zeta)$. C'est ainsi que l'on peut parfois exhiber des systèmes de régions d'approche $\mathcal{A}^*(\zeta)$ satisfaisantes pour les théorèmes de type Fatou et néanmoins strictement plus grandes que les régions naturelles, en ce sens que l'on peut y trouver des suites de points qui convergent vers ζ et qui, asymptotiquement, finissent par sortir de toute région d'approche naturelle de ζ. De tels systèmes ont été construits pour la première fois par Nagel et Stein en 1984 dans le cadre du disque unité ou d'un demi-espace euclidien dans $\mathbb{R}^n$; dans ces deux situations, les régions naturelles sont non-tangentielles tandis que les $\mathcal{A}^*(\zeta)$ contiennent une suite de points convergeant tangentiellement vers ζ. Au vu du théorème de Littlewood sur l'absence de limites le long de *courbes* tangentielles, on ne peut guère espérer mieux. La construction de Nagel et Stein requiert une certaine uniformité des propriétés géométriques du bord ; elle a pu être adaptée, par exemple, aux domaines strictement pseudoconvexes de $\mathbb{C}^n$ par Andersson et Carlsson (1992). En revanche, des domaines plus compliqués, comme les domaines de type fini de $\mathbb{C}^2$, semblent hors d'atteinte de la méthode.

Le livre de Di Biase comporte deux volets. On y trouve d'abord une introduction assez soigneuse à l'ensemble des faits rappelés sommairement ci-dessus. Il contient ensuite la description d'un procédé permettant d'unifier divers résultats connus sur l'existence de régions d'approche « séquentiellement plus grandes » que les régions naturelles et d'en étendre la portée au cas des domaines pseudoconvexes de type fini de $\mathbb{C}^2$ ou des domaines « non-tangentiellement accessibles » de la théorie du potentiel dans $\mathbb{R}^n$. Le procédé utilisé par l'auteur consiste, sous des hypothèses très générales, à ramener le problème dans le cadre discret des arbres codant la décomposition (quasi)-dyadique d'un espace homogène, donnée par Christ en 1990. Dans ce cadre, les régions cherchées existent d'après un travail d'Arcozzi, Urbanke et l'auteur (1996) : il reste alors à vérifier, ce qui n'est pas trivial, que l'on peut « plonger » convenablement les constructions obtenues dans le domaine de départ.

Du point de vue du lecteur, la présentation des généralités est plutôt agréable. Quoique certaines démonstrations soient omises, les idées principales sont bien mises en évidence. Les définitions des diverses notions relatives aux régions d'approche (éparpillées dans la littérature) sont ici suffisamment systématisées pour faire de ce livre une référence utile. L'ouvrage est, cependant, plus clairement voué à l'étude du phénomène de Nagel-Stein. Il s'agit d'un sujet très pointu. Les résultats obtenus sont intéressants pour des spécialistes d'analyse complexe et harmonique.

La bibliographie est fournie mais comporte certaines lacunes, comme l'omission d'un travail connu d'Aladro (1989) qui compare, dans les domaines strictement pseudoconvexes de $\mathbb{C}^n$, les régions d'approche naturelle et une famille de régions d'approche définie à l'aide de la métrique de Kobayashi du domaine. Enfin, on émettra une réserve d'ordre général : si le texte n'est jamais obscur, on peut juger qu'en revanche, il manque souvent de concision. C'est là un parti-pris d'exposition, mais une rédaction plus sobre gagnerait sans doute en agrément de lecture.

V. Thilliez. Université de Lille 1

An introduction of Knot theory
W. B. Raymond Lickorish
Graduate Text in Math, 175, Springer, 1997

Depuis des siècles les motifs des lignes entrelacées inspirent l'imagination des dessinateurs et servent aux fins de décorations et dans le tissage. Avant l'avènement des bateaux à vapeur, les nœuds jouaient un rôle important dans la vie des marins ; on trouve souvent des modèles d'enchevêtrements très variés et bien complexes dans les musées maritimes. Le lecteur intéressé par ces aspects de nœuds peut consulter l'excellent article de C. Mercat [Me], l'ouvrage fascinant d'Ashley [As], ainsi que l'essai historique récent de J. Przytycki [Pr]. En revanche, la théorie mathématique des nœuds a mis du temps à prendre son essor par rapport à l'algèbre ou à la géométrie. Malgré l'apparente simplicité avec laquelle on peut dresser des dessins de nœuds, de tresses et d'enchevêtrements, la recherche mathématique de ces objets s'avère difficile et passe par des chemins parfois inattendus. Dans un premier temps (au 19-ème siècle et jusqu'au début des années quatre-vingts) les nœuds étaient généralement considérés du point de vue un peu étroit basé sur une approche purement topologique. On a utilisé les techniques classiques de la topologie dont le groupe fondamental, les homologies, les formes d'intersections. Depuis environ 1984 la théorie des nœuds a trouvé sa deuxième jeunesse grâce notamment aux travaux de Vaughan Jones, Edouard Witten, Maxim Kontsevich et de ceux qui les ont suivis. Ces travaux ont sorti la théorie des nœuds de sa tour d'ivoire topologique en la mariant avec la théorie des algèbres de Lie, les groupes quantiques, les algèbres de von Neumann, la mécanique statistique et la physique quantique.

Le livre de W. B. R. Lickorish se propose de donner une introduction à la théorie mathématique des nœuds. L'objectif de l'auteur consiste à donner une exposition systématique, essentiellement complète et accessible aux étudiants au niveau de DEA. L'auteur a parfaitement réussi son pari. Le matériel sélectionné avec grand soin couvre les chapitres classiques (comme le groupe de nœuds et les signatures) et les chapitres plus modernes comme le polynôme de Jones et les invariants quantiques de 3-variétés. Le style d'exposition est caractérisé par une grande simplicité de langage et la clarté des démonstrations.

Le livre comporte 16 chapitres dont je décrirai ici très brièvement le contenu. Les deux premiers chapitres jettent les bases mêmes de la théorie (le coefficient d'enlacement, les surfaces de Seifert, les nœuds primaires, etc.). Dans les chapitres 3-5, l'auteur introduit et étudie le polynôme de Jones et ses applications aux entrelacs alternés. Les chapitres 6-9 et 11 sont consacrés aux sujets plus traditionels : les polynômes d'Alexander et de Conway des entrelacs, les signatures, les revêtements ramifiés et le groupe fondamental. Le chapitre 10 concerne l'invariant d'Arf des entrelacs et ses rapports avec le polynôme de Jones. Ensuite, dans les chapitres 12-14 l'auteur décrit les invariants quantiques des 3-variétés. Pour finir, les chapitres 15 et 16 sont consacrés aux généralisations du polynôme de Jones et notamment le polynôme HOMFLY et le polynôme de Kauffman. Notons que chaque chapitre est accompagné d'exercices soigneusement choisis.

Il va de soi que dans un volume si limité (environ 200 pages) l'auteur n'a pas pu s'attarder sur plusieurs aspects de la théorie des nœuds et d'ailleurs, ce n'était pas son but. En particulier, le livre dit très peu sur les rapports avec les groupes quantiques et la mécanique statistique. Le lecteur intéressé devra donc s'adresser à d'autres ouvrages dont une liste assez complète est donnée à la fin du livre.

En somme, l'ouvrage de Lickorish est une excellente introduction à la théorie des nœuds. Il peut parfaitement servir comme base pour un cours de DEA.

Bibliographie

[As] C. W. Ashley, The Ashley book of knots, Doubleday and Co, N. Y. (1944)

[Me] C. Mercat, *Théorie des nœuds et enluminure celte*, L'Ouvert 84 (1996) pp. 1-22

[Pr] J. Przytycki, *Classical roots of Knot Theory*, Chaos, Solitons and Fractals, 9 (1998) pp. 531-545

V. Turaev. CNRS, Université de Strasbourg

Introduction to Geometric Probability
Daniel A. Klain et Gian-Carlo Rota
Lezioni Lincee. Cambridge, University Press, 1997

Klain et Rota nous proposent une introduction cohérente et originale à la géométrie intégrale. La préface annonce la spécificité de leur point de vue, avec un rien de provocation : de nombreux matheux croiraient encore que le volume est la seule mesure sur les ensembles polyconvexes (i.e. union finie de convexes) de $\mathbb{R}^n$ qui soit invariante par les déplacements. Les auteurs s'attacheront à montrer qu'il n'en est rien et que si une de ces mesures sort du lot, c'est plutôt la caractéristique d'Euler. Cette dernière sera utilisée comme prototype des volumes mixtes intrinsèques, alors que l'on est habitué à leur introduction à partir du volume de la somme de Minkowski d'un ensemble avec des boules euclidiennes. L'autre particularité de l'exposé réside dans le rapprochement de la combinatoire et des probabilités géométriques. Une théorie des valuations invariantes sur les parties d'un ensemble fini est développée ; elle suit parfaitement celle des volumes mixtes et donne notamment lieu à des formules cinématiques et à un théorème de Helly discret. Enfin cette analogie permet d'appliquer l'intuition combinatoire à l'étude de la Grassmannienne et donne des versions continues de résultats de Sperner, Meshalkin, et al.

Le premier chapitre donne en quatre pages une motivation à l'étude des mesures invariantes. Il présente la solution de Barbier au problème de l'aiguille de Buffon et une preuve similaire du théorème de Sylvester : si $K_1 \subset K_2 \subset \mathbb{R}^n$ sont convexes et compacts, la probabilité qu'une droite rencontre K_1, sachant qu'elle coupe K_2, est égale au rapport de leurs périmètres.

On entre ensuite dans le vif du sujet : si $(L, \cap, \cup)$ est un sous-treillis de l'ensemble $\mathcal{P}(S)$ des parties d'un ensemble S, et si $G \subset L$ est stable par intersections et contient l'ensemble vide, on appelle valuation sur G toute application μ de G dans $\mathbb{R}$ telle que si A, B et $A \cup B$ sont dans G, alors

$$\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap B).$$

On demandera aussi que $\mu(\varnothing) = 0$. Le théorème d'extension de Groemer est démontré. Il donne une condition nécessaire et suffisante pour qu'une valuation sur G s'étende à l'algèbre booléenne qu'il engendre.

Le chapitre trois est consacré à l'étude du treillis des parties d'un ensemble fini S. Après des résultats sur les cardinaux des antichaînes, progressivement généralisés aux r-familles et aux s-systèmes, les auteurs décrivent l'espace vectoriel des valuations sur $\mathcal{P}(S)$ qui sont invariantes par permutation des éléments de S : une base est donnée par les valuations μ_i qui comptent les parties de cardinal i. La caractéristique d'Euler est $\mu_0 - \mu_1 + \mu_2 + \cdots$

La construction des valuations invariantes sur les polyconvexes est préparée dans les chapitres suivants. Elle sera effectuée en plusieurs étapes. La première consiste à la construction des volumes mixtes intrinsèques sur les pavés d'axes fixés. Si $P = [0, a_1] \times \cdots \times [0, a_n] \subset \mathbb{R}^n$, on pose

$$\mu_0(P) = 1$$

et pour $1 \leq i \leq n$,

$$\mu_i(P) = \sum_{1 \leq k_1, \ldots, k_i \leq n} a_{k_1} a_{k_2} \ldots a_{k_i}$$

Ils forment une base de l'espace des valuations sur les unions finies de pavés, invariantes par translation. A noter qu'ils ne dépendent pas de l'espace ambiant (si P est de dimension propre i, $\mu_i(P)$ est son volume i-dimensionnel). Bien sûr μ_0 est la caractéristique d'Euler.

Les auteurs étudient ensuite les mesures invariantes sur les Grassmaniennes $Gr(n, k)$, en mettant l'accent sur l'importance du choix de leur mesure totale $\lambda_{n,k}(Gr(n.k))$, notée $\left[{n \atop k} \right]$. Le nombre $\left[{n \atop 1} \right]$ est choisi pour avoir la formule de Kubota sans constante numérique : si K est un convexe compact de $\mathbb{R}^N$, sa surface $S(K) = \mu_{n-1}(K)/2$ est la moyenne du volume $(n-1)$-dimensionnel de ses projections hyperplanes :

$$\mu_{n-1}(K) = \int_{Gr(n,1)} \mu_{n-1}(K|\, \ell^{\perp})\, d\lambda_{n,1}(\ell).$$

Cette normalisation implique celle de toutes les mesures $\lambda_{n,k}$, elle permettra dans la suite de rendre intrinsèques les valuations μ_i. Elle est aussi justifiée par les applications combinatoires ; en effet les réels $\left[{n \atop k} \right]$ représentent le "nombre" de façons de choisir k vecteurs linéairement indépendants dans un espace de dimension n. Avec la normalisation choisie, ces analogues $\binom{n}{k}$ des coefficients du binôme vérifient des relations semblables à celles bien connues des coefficients du binôme et permettent de démontrer des versions continues des théorèmes établis au chapitre 3.

Après une construction fonctionnelle de la caractéristique d'Euler, tous les outils nécessaires sont en places et la théorie des valuations invariantes peut être traitée assez rapidement. Le théorème de caractérisation de Hadwiger, les célèbres formules de Crofton, Kubota, Steiner et les formules cinématiques sont établis sans difficulté. Le point le plus délicat consiste à montrer qu'à constante multiplicative près, le volume est la seule valuation invariante qui s'annule sur les convexes inclus dans des hyperplans.

Ce livre est abordable pour qui possède quelques notions de théorie de la mesure. Rigoureuse sans être lourde, la rédaction est attrayante, fluide ; elle approche la virtuosité au chapitre 8 avec une preuve très visuelle de la caractérisation des valuations simples. Les démonstrations sont complètes, directes (sauf celle du lemme 3.1.3), les idées principales sont bien mises en valeur. L'exploitation des analogies, la construction par étapes de la caractéristique d'Euler et des volumes intrinsèques, impliquent des répétitions qui ne nuisent en rien à l'intéret du l'exposé (du récit, voudrait-on dire) ; au contraire elles le structurent et le rendent très accessible. Ce livre donne une présentation moderne et élémentaire de la géométrie intégrale. Il conviendra très bien à ceux qui souhaitent apprendre ce sujet sans se faire trop violence ; il intéressera certainement ceux qui connaissent déjà, par son style agréable, sa présentation originale et aussi par la variété des sujets annexes qu'il évoque sans approfondir : valuations impaires, mesures d'inclusion des convexes, troisième problème de Hilbert, géométrie sphérique, etc ...

F. Barthe. Université de Marne La Vallée

Un théorème de Fermat et ses lecteurs
CATHERINE GOLDSTEIN
Presses Universitaires de Vincennes, 1995

« L'aire d'un triangle rectangle en nombres ne peut être un carré ». Fermat, qui défie en 1638 des amateurs de problèmes d'établir ce fait, trouvera en ce cas la place d'enregistrer sa justification personnelle dans les marges d'une édition de Diophante dont la réputation n'est plus à faire. L'un de ses correspondants, Frenicle de Bessy, produira lui aussi, dans les mêmes années pour autant que l'on puisse en juger, une démonstration du même énoncé. Tels sont les deux textes dont Catherine Goldstein a choisi de faire la pierre angulaire de son livre. Ils lui fournissent un matériau propre à discuter de questions plus générales, qui constituent le sujet réel de son enquête : comment des personnes concrètes données, que ce soient des mathématiciens du XVII^{e} siècle ou des historiens des XIX^{e} et XX^{e} siècles, ont-elles lu, à des fins mathématiques ou historiques, ces textes ? Si la question se pose, c'est que les commentaires de ces textes présentent des divergences. C. Goldstein se donne donc pour objectif d'en rendre raison, en mettant en évidence *comment* les objectifs d'un lecteur, les connaissances qu'il mobilise, les hypothèses qu'il privilégie informent l'interprétation qu'il donne d'un texte.

L'annotation marginale que Fermat rédige pour établir son énoncé a dû paraître plus que concise à ses commentateurs, si l'on en juge par la manière dont les interprétations comblent systématiquement chaque espace entre deux de ses assertions. C. Goldstein s'intéresse aux oppositions entre ces restitutions et s'attache à montrer comment elles se corrèlent à des hypothèses sur la pratique mathématique de Fermat ou sur les traditions dans lesquelles il s'inscrit. Rendant chaque lecture à ses visées, elle veut défendre un espace dans lequel plusieurs interprétations peuvent coexister, sans qu'un choix s'impose.

Un phénomène relatif à la lecture retient plus particulièrement l'attention de l'auteur : les exégètes mettent en œuvre, pour leur travail d'interprétation, des langues distinctes de celle en laquelle s'exprime en l'occurrence Fermat, ou des connaissances mathématiques extérieures à son texte. L'une des questions que l'auteur pose sans relâche est celle de comprendre l'effet que produit sur la lecture l'usage de la « notation algébrique », du « symbolisme », de « l'algèbre élémentaire ». Son analyse se déploie particulièrement en observant la manière dont les relations entre les démonstrations de Fermat et de Frenicle — que certains lecteurs donnent pour identiques, d'autres pas, d'où le problème — se trouvent réaménagées par l'effet d'une réécriture en de tels termes. La « banalisation » de ces connaissances a pu faire croire à l'innocence de l'opération. C. Goldstein détaille au contraire (p.88-9) nombre de plans sur lesquels la retranscription algébrique transforme les textes et, partant, pèse sur la comparaison entre eux.

Lorsque, voici maintenant plus de vingt ans, S. Unguru avait soulevé le problème de la légitimité de lire les textes géométriques grecs de l'Antiquité à la lueur de l'algèbre moderne, comme c'était alors déjà pratique courante, son article, au titre certes provocateur (« On the need to rewrite the history of Greek mathematics », *Archive for history of exact sciences*, 15 (1975), p.67-114), avait déclenché une levée de boucliers aux noms rien moins qu'obscurs : H. Freudenthal, B. L. van der Waerden et A. Weil étaient montés au créneau dès les numéros suivants de la revue. La question s'est malgré tout imposée comme pertinente chez les historiens, sans que leurs discussions s'appuient toujours sur de véritables analyses de cas. Il est donc heureux que C. Goldstein ait pris le soin, pour le dossier sur lequel elle se concentre, de détailler les effets de cette pratique. Sur ce point toutefois, genre du compte rendu oblige, une suggestion permettrait sans doute de mener l'analyse encore plus loin. En effet, les réécritures algébriques de raisonnements arithmétiques ont une longue histoire : R. Rashed[2], a montré comment elles commencent avec la version des *Arithmétiques* de Diophante que Qusta ibn Luqa achève dans la seconde moitié du IX^e siècle. La traduction de grec en arabe que celle-ci opère se double d'une restitution des résolutions arithmétiques de Diophante dans la langue de l'algèbre à laquelle al-Khwarizmi avait attaché son nom quelques décennies plus tôt. La comparaison, pour des textes à l'origine arithmétiques, de ces « lectures algébriques »— en des sens divers selon la nature de l'algèbre (celle d'al-Khwarizmi, celles du XVII^e siècle, celles d'aujourd'hui,...) sur laquelle s'appuie la retranscription devrait permettre de rapporter, plus précisément s'il se peut, les effets de la lecture à celle des caractéristiques de l'algèbre élémentaire qui en est plus spécifiquement responsable.

Tout comme ce fut le cas également dans le contexte des lectures de Diophante, C. Goldstein met en valeur l'impact de la retranscription dans un symbolisme algébrique auquel ni Fermat, ni Frenicle ne recouraient dans les démonstrations considérées, en en comparant l'effet à celui d'une relecture en les termes d'une géométrie algébrique qui peut paraître, à tort sur le plan des principes, plus franchement étrangère au XVII^e siècle. Lorsqu'A. Weil mobilise, pour analyser l'œuvre de Fermat, des outils géométriques dont le XX^e siècle a multiplié les usages en théorie des nombres[3], C. Goldstein souligne, par exemple, qu'il y produit un effet d'unité, là où d'autres approches lisent des fractures, voire des éléments hétéroclites. C'est un effet que les mêmes instruments ont également produit sur les *Arithmétiques* de Diophante (R. Rashed, *op. cit.*). Et ces travaux me semblent ne pas seulement poser la question de la variation intrinsèque que peut présenter la lecture. Ils posent également un problème passionnant aux exégètes sur *ce qui est donné à lire* : comment rendre compte de la démarche d'un mathématicien, telle qu'elle est inscrite dans les régularités de son texte, ou comment rendre compte du contenu de son texte, dès lors que ses résolutions se laissent si systématiquement appréhender par une unique approche dont lui-même ne disposait certes pas ?

C. Goldstein, quant à elle, propose une manière de faire travailler ces outils en vue de produire d'autres effets de lecture, lorsqu'elle les utilise, dans son appendice géométrique, à élaborer la comparaison entre les démonstrations de Fermat et de Frenicle sur lesquelles se base son livre. Par tous ces biais, l'ouvrage apporte sa contribution à des discussions en cours parmi les plus passionnantes dans l'histoire des mathématiques de cette fin de siècle.

K. Chemla. CNRS, Université Denis Diderot

---

[2] R. Rashed, *Diophante. Les Arithmétiques* (Volume III : Livre IV ; Volume IV : Livres V, VI, VII), Paris, Les Belles Lettres, 1984. K. Chemla, R. Morelon et A. Allard, *La tradition arabe de Diophante d'Alexandrie*, L'Antiquité Classique, tome LV, 1986, p. 351-375, en donnent un compte rendu, également basé, pour ce qui concerne ce point particulier, sur une conférence de l'auteur dont ils résument les thèses.

[3] C. Goldstein renvoie à A. Weil, *Two lectures on number theory, past and present.* L'enseignement mathématique, 1974 (le nom de Weil a été victme d'une omission dans la bibliographie, p. 215), aussi bien qu'à *Number theory. An approach through history from Hammurapi to Legendre*, Birkhäuser, 1984, pp. 114 *sq.*