LE PRINCIPE DE CORRESPONDANCE

PAR M. P. EHRENFEST

A.

1. Les atomes de RUTHERFORD ne pouvaient pas *rester tout à fait classiques*, c'est-à-dire se conformer pleinement à la mécanique et à l'électrodynamique classiques. D'après les idées classiques, en effet, un atome d'hydrogène par exemple devrait émettre un spectre continu, puisque l'électron circulant autour du noyau devrait, par suite de son rayonnement ininterrompu, se rapprocher du noyau suivant une trajectoire en spirale.

2. BOHR soumet les mouvements dans l'atome de RUTHERFORD à une *censure de quanta*. Dans cette censure il se laisse surtout guider d'une part par le fait de la discontinuité des séries spectrales et par le principe de combinaison de RITZ, qui se présente dans l'étude de cette discontinuité, d'autre part par l'équation de PLANCK-EINSTEIN

$$\varepsilon = h\nu.$$

3. *Autant que possible* il fait en sorte que son modèle d'atome *se conforme aux règles classiques* (principe d'inertie, lois de Coulomb); là où cela n'est pas possible (rayonnement), il tâche d'établir, *entre les mouvements dans l'atome et le rayonnement émis par lui*, au moins *une correspondance* aussi étendue que possible.

4. Pour trouver cette correspondance, BOHR se laisse guider par le principe heuristique suivant : Il faut que lorsqu'on donne aux nombres de quanta d'un système quantité des valeurs de plus en plus élevées, le rayonnement émis tende asymptotiquement vers celui que le système émettrait suivant les règles classiques.

B.

5. Dans tous les cas que l'on domine actuellement (cas où « les variables sont séparables »), chaque mouvement dans l'atome jouit de la propriété suivante : Les coordonnées x, y, z de chaque électron peuvent être représentées comme fonctions du temps au moyen de séries trigonométriques multiples de la forme

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} x &= \sum_{p_1 p_2 \ldots p_k} A_{p_1 p_2 \ldots p_k} \cos[(p_1\omega_1 + \ldots + p_k\omega_k)t + \alpha_{p_1 \ldots p_k}], \\ y &= \sum_{p_1 p_2 \ldots p_k} B_{p_1 p_2 \ldots p_k} \cos[(p_1\omega_1 + \ldots + p_k\omega_k)t + \beta_{p_1 \ldots p_k}], \\ z &= \sum_{p_1 p_2 \ldots p_k} C_{p_1 p_2 \ldots p_k} \cos[(p_1\omega_1 + \ldots + p_k\omega_k)t + \gamma_{p_1 \ldots p_k}]; \end{aligned}\right.$$

k est égal ou inférieur au nombre de degrés de liberté de l'atome; $p_1, \ldots, p_k$ peuvent prendre, indépendamment les uns des autres, toutes les valeurs entières positives et négatives; les fréquences fondamentales $\omega_1, \ldots, \omega_k$ aussi bien que les amplitudes $A_{p_1 \ldots p_k}$, $B_{p_1 \ldots p_k}$, $C_{p_1 \ldots p_k}$ de chaque « son de combinaison »

$$p_1\omega_1 + \ldots + p_k\omega_k$$

dépendent encore de l'intensité du mouvement considéré. Ensuite, les « moments angulaires »

$$(2)\qquad \mathfrak{J}_1, \quad \mathfrak{J}_2, \quad \ldots, \quad \mathfrak{J}_k,$$

qui correspondent aux coordonnées angulaires

$$(3)\qquad w_1 = \omega_1 t, \qquad w_2 = \omega_2 t, \qquad \ldots, \qquad w_k = \omega_k t,$$

sont indépendants du temps.

6. Du point de vue de l'électrodynamique classique on s'attendrait à ce que l'atome émît, en général, à la fois tous les « sons de combinaison » à nombres de vibrations

$$(4)\qquad \frac{1}{2\pi}(p_1\omega_1 + p_2\omega_2 + \ldots + p_k\omega_k).$$

La perte continuelle d'énergie par rayonnement aurait en outre pour effet une variation continue de $\omega_1, \ldots, \omega_k$, ce qui donnerait naissance à un spectre d'émission continu (*voir* n° 1).

7. On sait que, d'après la théorie de Bohr, il n'y a (contrairement à l'électrodynamique classique) pas de rayonnement aussi longtemps que le système exécute un des mouvements « stationnaires », qui sont caractérisés, suivant Bohr, Sommerfeld, Epstein, Schwarzschild, par

$$(5) \qquad 2\pi\mathfrak{I}_1 = n_1 h, \quad \ldots, \quad 2\pi\mathfrak{I}_k = n_k h$$

($n_1, \ldots, n_k$ sont des nombres entiers, indépendants les uns des autres : à chaque coordonnée angulaire $w_s = \omega_s t$ correspond donc, dans le mouvement stationnaire considéré, un nombre propre).

8. Ce n'est que lors du passage d'un mouvement stationnaire caractérisé par les nombres $n'_1, n'_2, \ldots, n'_k$ à un autre dont les nombres sont $n''_1, \ldots, n''_k$ que l'électron émet un rayonnement monochromatique dont le nombre de vibrations est, comme on sait,

$$(6) \qquad \nu = \frac{\varepsilon' - \varepsilon''}{h}.$$

9. A première vue, il ne semble pas exister de relation entre le nombre de vibrations « quanteux » (6) et une autre quelconque des vibrations de combinaison « classiques » (4) de l'atome.

10. Guidé par les principes mentionnés sous (3) et (4), Bohr établit cependant une pareille relation; c'est le *théorème* (de correspondance) formulé ci-dessous, qu'il complète ensuite par une *hypothèse* (de correspondance) des plus fructueuses.

C.

11. Pour formuler le *théorème* trouvé par Bohr, nous prenons une transition $(n'_1, \ldots, n'_k) \to (n''_1, \ldots, n''_k)$ et considérons dans les séries trigonométriques (1) spécialement la vibration de combinaison pour laquelle

$$(7) \qquad p_1 = n'_1 - n''_1, \quad p_2 = n'_2 - n''_2, \quad \ldots, \quad p_k = n'_k - n''_k.$$

Nous l'appellerons la vibration de combinaison « compétente » de la transition $(n'_1, \ldots, n'_k) \to (n''_1, \ldots, n''_k)$. Son nombre vibratoire est donc

$$(8)\qquad \underset{n' \to n''}{\mathrm{N}} = \frac{1}{2\pi}[(n'_1 - n''_1)\omega_1 + \ldots + (n'_k - n''_k)\omega_k].$$

En vue de la formation d'une moyenne, nous devons maintenant envisager un certain groupe de mouvements, qui constituent un pont d'interpolation (linéaire) entre les deux mouvements stationnaires $(n''_1 \ldots n''_k)$ et $(n'_1 \ldots n'_k)$; ce sont les mouvements pour lesquels

$$(9)\qquad \frac{2\pi \mathfrak{J}_1}{h} = n''_1 + \lambda(n'_1 - n''_1), \quad \ldots, \quad \frac{2\pi \mathfrak{J}_k}{h} = n''_k + \lambda(n''_k - n''_k),$$

λ pouvant prendre toutes les valeurs comprises entre o et 1. (Dans ce cas les coefficients des seconds membres ne sont plus, en général, des nombres entiers; ces mouvements interpolés ne sont donc pas des « mouvements » stationnaires. Provisoirement ils ne jouent que le rôle de grandeurs auxiliaires dans les calculs.) Comme les grandeurs $\omega_1, \ldots, \omega_k$ dépendent, ainsi que nous l'avons déjà dit, de l'intensité du mouvement, le nombre vibratoire (8) du son de combinaison compétent du passage $(n'_1, \ldots, n'_k) \to (n''_1, \ldots, n''_k)$ aura une valeur qui, pour les divers mouvements interpolés, dépendra encore de λ. Posant la valeur moyenne de cette « hauteur de son » égale à

$$(10)\qquad \int_0^1 \underset{n' \to n''}{\mathrm{N}} (\lambda)\, d\lambda = \underset{n' \to n''}{\overline{\mathrm{N}}},$$

Bohr *déduit des propriétés fondamentales de son modèle d'atome* le théorème suivant :

$$(11)\qquad \underset{n' \to n''}{\nu} = \underset{n' \to n''}{\overline{\mathrm{N}}}.$$

En toutes lettres, cela veut dire que le ν « quanteux » (6) du rayonnement émis lors du passage $n' \to n''$ est égal à la moyenne du nombre vibratoire du son de combinaison compétent, prise pour tous les mouvements (9′) qui remplissent linéairement la lacune entre les deux mouvements stationnaires $(n'_1, \ldots, n'_k)$ et $(n''_1, \ldots, n''_k)$.

12. Pour des valeurs suffisamment grandes des n'_1 et n'_s, mais telles que $n'_s - n''_1$ soit petit, $\underset{n' \to n''}{\mathrm{N}}$ est déjà presque indépendant de λ et se confond donc déjà presque avec $\overline{\mathrm{N}}$: conformément au principe heuristique n° 4, le ν quanteux et le nombre vibratoire du son de combinaison compétent coïncident donc ici asymptotiquement.

D.

13. Grâce à des propriétés spéciales du système (par exemple dans le mouvement d'un électron dans un champ à symétrie axiale), il peut arriver que certains sons de combinaison manquent dans les séries de Fourier (1), c'est-à-dire que pour tous les mouvements du système leurs amplitudes sont exactement nulles. Dans ces conditions, le rayonnement des sons de combinaison correspondants n'est pas à prévoir, même du point de vue classique. Quelles sont, dans un tel cas, les conditions posées par la théorie des quanta ?

14. Se basant d'une part sur le principe heuristique n° 4, d'autre part sur l'idée d'une « correspondance » entre les rayonnements émis et les sons de combinaison compétents, Bohr fait l'*hypothèse* suivante : Ce n'est pas seulement dans le cas limite d'un nombre de quanta très grands, mais c'est d'une façon tout à fait générale que l'existence ou la non-existence d'une transition spontanée $(n'_1, \ldots, n'_k) \to (n''_1, \ldots, n''_k)$ correspondent à la présence ou l'absence du son de combinaison compétent (7) dans les mouvements qui servent de pont d'interpolation dans cette transition [*voir* équation (8)].

15. De cette façon, des propriétés spéciales d'un système peuvent avoir pour conséquence l'établissement d'une « sélection » parmi toutes les transitions imaginables, par exemple la disparition de raies spectrales qu'on pourrait s'attendre à observer d'après le principe de combinaison de Ritz ou la polarisation de certaines raies dans un champ électrique ou magnétique, lorsque les sons de combinaison correspondants dans les séries de Fourier (1) ne fournissent par exemple pas de contribution au mouvement

parallèle à l'axe des z (parallèle au champ), mais bien au mouvement dans un plan parallèle à x, y. BOHR a pu, de cette manière, expliquer également ce phénomène intéressant, que certaines raies, qui manquent dans les circonstances normales, apparaissent sous l'action d'un champ perturbateur. Il montre notamment que les sons de combinaison qui étaient d'abord exclus en vertu d'une symétrie de l'atome se montrent lorsque cette symétrie est troublée par le champ extérieur.

16. BOHR établit aussi un certain parallélisme entre l'intensité relative des divers sons de combinaison et l'intensité relative avec laquelle la raie spectrale correspondante est émise par un ensemble d'atomes (c'est-à-dire la fréquence statistique relative des transitions correspondantes). Mais ce n'est que pour la comparaison de raies d'espèces voisines (par exemple pour la décomposition d'une raie dans l'effet Stark) qu'il admet un parallélisme simple. Pour l'intensité relative de deux raies différentes d'une même série, par exemple, il y a déjà d'autres facteurs qui interviennent aussi.

E.

17. Soient (M') et (M'') deux mouvements « stationnaires » différents d'un système. Il est possible que dans les cas généraux ce pont d'interpolation de mouvements intermédiaires, dont nous nous sommes servis en opposant à une certaine transition le rayonnement classique correspondant, n'existe pas du tout. Que faire alors? L'idée fondamentale de la « correspondance » implique-t-elle qu'il est exclu que dans ce cas le passage $M' \rightarrow M''$ s'effectue par un rayonnement spontané ? Cela serait une nouvelle source de règles limitant la sélection des voies par lesquelles un atome peut se reconstituer après une perturbation.

(A ma connaissance, les publications déjà existantes de BOHR ne font pas encore connaître avec certitude la position qu'il prend vis-à-vis de cette question.)

18. La signification la plus profonde des essais de BOHR sur la correspondance réside bien en ceci, que provisoirement ils

semblent nous rapprocher le plus de cette théorie future, dont nous attendons qu'elle lèvera les difficultés que nous rencontrons lorsque nous voulons traiter les phénomènes de rayonnement à la fois d'une manière classique et en appliquant la méthode des quanta. C'est pourquoi il n'est pas désirable qu'en vue d'une application autant que possible automatique, on coule déjà dans une forme rigide la condition de correspondance encore variable et tâtonnante jusqu'ici.