

Rapport intermédiaire (1ère année)

Projet C.N.R.S./J.S.P.S. - Représentation des groupes fondamentaux étales et applications

Projet C.N.R.S./J.S.P.S.

Titre: Représentation des groupes fondamentaux étales et applications

Domaine: Mathématiques et leurs interactions

Chef de projet: Melle Anna CADORET

Le montant accordé par le C.N.R.S. pour le projet C.N.R.S./J.S.P.S. *Représentation des groupes fondamentaux étales et applications* et l'année 2010 était de 15000 euros. Cette somme a permis de supporter quatre missions:

- 1 Missionnaire: Melle Anna Cadoret (MCF-Univ. Bordeaux 1)
Lieu: R.I.M.S. - Kyoto
Période: 17/07/2010 - 29/08/2010.
- 2 Missionnaire: M. Cédric Pépin (Doctorant -Univ. Bordeaux 1)
Lieu: I.A.S. et R.I.M.S. - Kyoto
Période: 18/10/2010 - 05/11/2010.
- 3 Missionnaire: M. Jilong Tong (MCF -Univ. Bordeaux 1)
Lieu: I.A.S. et R.I.M.S. - Kyoto
Période: 19/10/2010 - 06/11/2010.
- 4 Missionnaire: Melle Anna Cadoret (MCF-Univ. Bordeaux 1)
Lieu: R.I.M.S. - Kyoto
Période: 03/12/2010 - 05/01/2011.

Lors de ses missions, Anna Cadoret a collaboré (et collabore: la deuxième mission étant en cours au moment de la rédaction de ce rapport) quotidiennement avec le Prof. Akio Tamagawa.

Le résultat le plus spectaculaire de cette collaboration est la preuve de la conjecture du genre (Conj (genus) du projet de recherche), et même de sa généralisation en caractéristique $p > 0$ et pour la cohomologie étale à coefficients finis (pas seulement la \mathbb{Z}/ℓ -torsion des schémas abéliens).

On disposait déjà, dans le cas des variétés abéliennes d'une preuve de la conjecture du genre en caractéristique 0 sous réserve que le genre de la courbe de base soit ≥ 1 ou que le schéma abélien est réduction semistable en tous sauf éventuellement un point à l'infini [CT10a]. La preuve de ce résultat combinait diverses techniques (semisimplicité, théorie de la spécialisation du π_1 , méthodes topologiques et combinatoires *etc.*) et avait produit des résultats annexes intéressants en eux-même. Mais le manque d'unité de la preuve et le fait qu'elle ne permettait pas de prouver entièrement la conjecture étaient insatisfaisants.

Lors de la conférence "Groupes de Galois Géométriques et Différentiels", organisée au C.I.R.M. (29/03 - 02/04/2010), Daniel Bertrand nous a signalé l'article de M. Nori [Nor87], où sont démontrés des théorèmes de structure sur les sous-groupes de $GL_r(\mathbb{F}_\ell)$ lorsque ℓ varie (et r est fixé). Ces résultats ont essentiellement fourni les ingrédients manquant pour unifier la preuve de la conjecture du genre, l'étendre en caractéristique $p > 0$ et pour la cohomologie étale à coefficients finis. A la fin de la première mission d'Anna Cadoret, un preprint contenant ces résultats était disponible [CT10c]. Ce preprint devrait être finalisé et soumis à la fin de la deuxième mission d'Anna Cadoret (nous souhaitons en

particulier y inclure un paragraphe sur les applications arithmétiques en caractéristique $p > 0$, qui devraient découler des méthode de [CT09]).

Notons également la rédaction et soumission de l'article [C10b] lors de la première mission d'Anna Cadoret et son acceptation mi-octobre. La deuxième mission de Melle Cadoret devrait également voir la finalisation et la soumission (*a priori* aux Proceedings de la conférence "Groupes de Galois Géométriques et Différentiels" - C.I.R.M. (29/03 - 02/04/2010)) des deux prépublications [CT10b] et [C10a].

Lors de sa première mission, Anna Cadoret a présenté un exposé de son travail avec Akio Tamagawa ([CT10a]) au "mini-workshop on Arithmetic Geometry and Related Topics" organisé à l'université de Kyoto par Tetsushi Ito:

<http://www.math.kyoto-u.ac.jp/~tetsushi/workshop20100719/index.html>

Lors de sa deuxième mission, Anna Cadoret a présenté un exposé de son travail avec Akio Tamagawa ([CT10c]) au workshop "Algebraic Number Theory and Related Topics", organisé au R.I.M.S. par MM. Masanari Kida, Noriyuki Suwa et Shinichi Kobayashi:

<http://mathweb.e-one.uec.ac.jp/rims2010-e.html>

Les missions de MM Cédric Pépin et Jilong Tong avait pour cadre la conférence "Developments of Galois-Teichmuller Theory and Anabelian Geometry", organisée au R.I.M.S. par Hiroaki Nakamura, Florian Pop, Leila Schneps and Akio Tamagawa:

<http://mathsoc.jp/meeting/msjsi10/index.html>

et son workshop satellite "Galois-theoretic Arithmetic Geometry", organisé par Yuichiro Hoshi, Hiroaki Nakamura, Florian Pop, Leila Schneps and Akio Tamagawa:

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~yuichiro/xyz/gtag2010camp.html>

où Jilong Yong a présenté un exposé sur le problème de la variation du groupe fondamental étale.

Ces missions ont permis à Cédric Pépin et Jilong Tong d'échanger avec nombre de mathématiciens japonais (et autres, puisque ces deux conférences étaient des conférences internationales). A noter en particulier que Jilong Tong et Cédric Pépin ont travaillé ou travaillent sous l'égide de Michel Raynaud, dont les techniques ont irrigué les travaux d'Akio Tamagawa. Jilong Tong s'intéresse actuellement à la conjecture de la section, dont de nombreux spécialistes (Yuichiro Hoshi, Shinichi Mochizuki, Florian Pop, Mohammed Saidi, Jakob Stix, Akio Tamagawa *etc.*) étaient présents. A l'issue de cette visite, Akio Tamagawa a décidé de supporter Cédric Pépin pour l'obtention d'une bourse de recherche post-doctorale long-term J.S.P.S. fellowship for young researchers (2 ans).

Projets 2011:

- Mission Anna Cadoret (R.I.M.S. - Kyoto/ Coll. Akio Tamagawa): un mois - fin juillet - fin août 2011;
- Mission Anna Cadoret (R.I.M.S. - Kyoto/ Coll. Akio Tamagawa): un mois - octobre ou novembre 2011;
- Mission Sylvain Brochard (Kyoto Univ. - Kyoto/Coll. Atsushi Moriwaki, Kazuhiko Yamaki): 3 semaines en juillet 2011;
- Mission Ariane Mézard (Tokyo Univ. - Tokyo): 2 à trois semaines au printemps ou à l'été 2011.
- Achat d'un ordinateur portable (Anna Cadoret).

Bilan Financier 2010: (En euros)

- Mission Anna Cadoret (17/07-29/08.2010) = 5140,30;
- Mission Anna Cadoret (03/12-05/01.2011) = 4278,51;
- Mission Jilong Tong (19/10-06/11.2010) = 2803,60;
- Mission Cedrid Pepin (18/10-05/11.2010) = 2777,59;
- Restant: 0.

References

- [C10a] A. CADORET, *Rank of motivated cycles groups under specialization*, preprint, 2010.
- [C10b] A. CADORET, *Note on the Gonality of abstract modular curves*, to appear in MATCH-HGS C.M.S. 2 "PIA 2010 - the arithmetic of fundamental groups", ed. J. Stix, Springer, 2011.
- [CT09] A. CADORET and A. TAMAGAWA, *Torsion of abelian schemes and rational points on moduli spaces*, R.I.M.S. Kokyuroku Bessatsu (Proceedings of the R.I.M.S.) **B12** "Algebraic Number Theory and Related Topics", eds. M. Asada, H. Nakamura and H. Takahashi, 2009.
- [CT10a] A. CADORET and A. TAMAGAWA, *On a weak variant of the geometric torsion conjecture*, preprint, 2010 (submitted).
- [CT10b] A. CADORET and A. TAMAGAWA, *A note on torsion conjecture*, preprint, 2010.
- [CT10c] A. CADORET and A. TAMAGAWA, *On a weak variant of the geometric torsion conjecture II*, preprint, 2010.
- [Nor87] M.V. NORI, *On subgroups of $GL_n(\mathbb{F}_p)$* , *Inventiones. Math.* **88**, p. 257–275, 1987.